



Hajhosseini's Truth-Functional Semantics

Asadollah Fallahi¹ 

1. Professor, Department of Logic, Iranian Institute of Philosophy, Tehran, Iran. Email: fallahi@irip.ir

Article Info

Article type: Research Article

Article history:

Received 9-May-2023

Received in revised form 28-Jun-2023

Accepted 1-Jul-2023

Published online 18-Sep-2023

Keywords:

Classical Logic,
Meta-Theorems of Soundness
and Completeness,
Semantics.

ABSTRACT

In other articles, I have examined Mortaza Hajhosseini's natural deduction systems as presented in the second edition of his book, *Two Non-Classical Logic Systems: A New Outlook on Elements of Logic*. In this article, our focus shifts to the semantics of these systems and an analysis of the issues surrounding soundness and completeness, as proven by Hajhosseini. I find that the book lacks clear definitions or definite specifications for several semantical terms used, including 'world,' 'supposed,' 'supposable,' 'basic situation,' and 'basic model.' Consequently, the semantic concepts of "validity" and "truth-preserving" in this context can be subject to multiple interpretations, some of which render certain relevant inferences irrelevant while others deem irrelevant inferences valid. Furthermore, I shall demonstrate that this semantic framework is incompatible with the proof theory presented in the book. The meta-theorems of soundness and completeness, as formulated in the book, are erroneous and can be refuted with counterexamples. For instance, within the truth-functional system's semantics outlined in the book, a logical truth implies any other logical truth. However, the proofs provided in the book's natural deduction system are deemed 'invalid' because they violate Dag Prawitz's "normality" condition.

Cite this article: Fallahi, A (2023). Hajhosseini's Truth-Functional Semantics. *Philosophy and Kalam*, 56 (1), 115-129. DOI: <https://doi.org/10.22059/jitp.2023.358904.523409>



© The Author(s). Publisher: University of Tehran Press.
DOI: <https://doi.org/10.22059/jitp.2023.358904.523409>

سمانتیک تابع ارزشی حاج حسینی

اسدالله فلاحي^۱۱. استاد گروه منطق، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران، تهران، ایران. رایانامه: fallahi@irip.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: مقاله پژوهشی</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۱۹</p> <p>تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۰۷</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۱۰</p> <p>تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸</p> <p>کلیدواژه‌ها: سمانتیک، فراقضایای صحت و تمامیت، منطق کلاسیک.</p>	<p>نظام تابع ارزشی و دستگاه استنتاج طبیعی آن را که مرتضی حاج حسینی در ویراست دوم کتاب خویش طرحی نو از اصول و مبانی منطق معرفی کرده است در مقاله دیگری بررسی کرده‌ام. در این مقاله به سمانتیک این نظام خواهم پرداخت و فراقضایای صحت و تمامیت را که او اثبات کرده است مورد واکاوی قرار خواهم داد. نشان می‌دهم که اصطلاحات سمانتیکی به کار رفته در این کتاب به روشنی تعریف نشده‌اند یا مقصود از بیان آنها در کتاب مشخص نشده است (برای نمونه مفاهیم «جهان»، «وضعیت»، «کنونی»، «وضعیت فرضی محتمل»، «مفروض»، «قابل فرض»، «وضعیت مبنا» و «مدل مبنا»). از مفهوم سمانتیکی «اعتبار» و «صدق نگهداری» در این سمانتیک، برداشت‌های متعددی می‌شود که در برخی از آنها استدلال‌های ربطی نامربوط می‌شوند و در برخی از آنها استدلال‌های نامربوط معتبر می‌گردند. در پایان نشان می‌دهم که این سمانتیک با نظریه برهان کتاب هماهنگ نیست و قضایای صحت و تمامیت به درستی طرح نشده‌اند و در واقع نادرست هستند و مثال‌های نقض دارند. فراقضیه «تمامیت» برای نظام تابع ارزشی این کتاب برقرار نیست زیرا در سمانتیک این نظام، فرمول‌ها یا استدلال‌هایی «معتبر» است که در نظریه برهان آنها «درست» نیست. برای نمونه، در سمانتیک نظام تابع ارزشی، هر صدق منطقی هر صدق منطقی را به صورت معتبر نتیجه می‌دهد اما برهان‌های آنها در نظام استنتاج طبیعی به دلیل نقض شرط «نرمال بودن» دگ پراویتز «نادرست» هستند.</p>

استناد: فلاحي، اسدالله (۱۴۰۲). سمانتیک تابع ارزشی حاج حسینی. فلسفه و کلام اسلامی، ۵۶ (۱)، ۱۱۵-۱۲۹.

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.



© نویسندگان.

DOI: <https://doi.org/10.22059/jstp.2023.358904.523409>

۱. مقدمه

مرتضی حاج حسینی در سال‌های ۱۳۹۶ و ۱۴۰۱ دو ویراست از کتابی با عنوان طرحی نو از اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها منتشر کرده است و نگارنده این مقاله در دو مقاله دیگر به نقد و بررسی نظام‌های استنتاج طبیعی برای «نظام تابع‌ارزشی» و «نظام غیرتابع‌ارزشی» معرفی شده در آن کتاب پرداخته و نقاط قوت و ضعف آن را نشان داده است (فلاحی، نظام تابع‌ارزشی حاج حسینی، نظام غیرتابع‌ارزشی حاج حسینی). در این مقاله قصد آن دارم که به سمانتیک معرفی شده برای نظام تابع‌ارزشی بپردازم و نقاط قوت و ضعف آن را بررسی کنم. در ادامه، به جز موارد صریحا ذکر شده، همه ارجاع‌ها به ویرایش دوم این کتاب است و صرفا به نوشتن شماره صفحه بسنده خواهیم کرد.

۲. سمانتیک نظام تابع‌ارزشی

حاج حسینی، در فصل دوم کتاب، مبحث سمانتیک برای نظام تابع‌ارزشی را با عبارت زیر شروع می‌کند:

برای بیان اصول و قواعد دلالت‌شناسی نظام تابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها از بین مجموع جهان‌های ممکن، جهان کنونی و از بین مجموع وضعیت‌های فرضی محتمل در این جهان که تعداد آنها نامحدود است، وضعیت کنونی را برمی‌گزینیم ... (ص ۵۹).

حاج حسینی اما توضیح نمی‌دهد که تفاوت «جهان ممکن» با «وضعیت» چیست و برای چه در اینجا مطرح شده است.

در سنت منطق جدید، «جهان ممکن» چیزی است که در آن هر گزاره یا نقیض آن (و نه هر دو) صادق است، بر خلاف «وضعیت» که می‌شود یک گزاره و نقیض آن با هم در آن وضعیت صادق باشند یا یک گزاره و نقیض آن با هم در آن وضعیت کاذب باشند. بسیار بعید است که حاج حسینی این معنی را اراده کرده باشد چون در کل این فصل (صص ۵۹-۷۲) هرگز به وجود چنین وضعیت‌هایی اشاره نکرده و از آنها سود نجسته است بلکه در انتهای ص ۵۹ تصریح کرده است که «هر گزاره‌نشانه ... یکی از دو ارزش صدق و کذب را دارد» و « $A \sim$ صادق است اگر و تنها اگر A صادق نباشد».

اکنون، پرسش این است که مقصود از «جهان ممکن» و «وضعیت فرضی محتمل» در عبارت بالا چیست و به چه منظوری مطرح شده است؟ هم‌چنین قید «کنونی» در «جهان ممکن کنونی» و «وضعیت فرضی محتمل کنونی» آیا به «اکنون» و «زمان حال» اشاره دارد؟ یا به جهان ممکن «بالفعل» و «تحقق‌یافته» (اعم از گذشته، حال و آینده)؟ در هر صورت، تمایز «جهان ممکن کنونی» با «وضعیت فرضی محتمل کنونی» چیست؟ آیا این دو این‌همان هستند یا متمایز؟ اگر متمایزند آیا

یکی جزء دیگری است یا هم‌پوشانی دارند یا اینکه کاملاً مجزا و متباین‌اند؟ اینها سؤالاتی است که متأسفانه با عبارت یاد شده در بالا طرح می‌شوند و هرگز در کتاب پاسخ نمی‌یابند.

البته در فصل پنجم مربوط به نظام غیرتابع‌ارزشی صص ۱۸۲-۱۸۶ مباحثی درباره «وضعیت کنونی» و «وضعیت خاص» و تمایز میان سه جمله زیر مطرح می‌شود:

۱. [رئیس] رئیس جمهور ایران است

۲. رئیس جمهور ایران با رأی مردم انتخاب می‌شود

۳. اجتماع نقیضین در صدق محال است،

و گفته می‌شود که گزاره ۱ «در وضعیت کنونی از جهان واقع، صادق است» و گزاره ۲ «به وضعیت کنونی اختصاصی ندارد» و گزاره ۳ «نیز به وضعیت خاصی از جهان واقع اختصاص ندارد و نه تنها در هر وضعیت از جهان واقع، بلکه در هر مدل از جهان واقع (حتی در هر مدل از هر جهان ممکن) صادق است».

حاج‌حسینی گزاره ۲ را (تقریباً) معادل گزاره شرطی «اگر قانون اساسی ایران همیشه لازم‌الاجرا باشد، رئیس جمهور ایران با رأی مردم انتخاب می‌شود» فرض می‌کند و آنگاه سه گزاره بالا را به صورت زیر نمادین می‌سازد:

$$1. \models_{\alpha}^{M_i} P$$

$$2. \models^{M_i} P \rightarrow Q$$

$$3. \models \sim (\varphi \circ \sim \varphi)$$

از همه آنچه گذشت می‌توان حدس زد که مقصود از «وضعیت کنونی» احتمالاً یک «وضعیت خاص» مثلاً α است و نه «زمان حال». اگر مقصود نویسنده کتاب این است که تمایز میان سه مورد زیر را بیان کند:

۱. «صدق منطقی» (= صدق در همه وضعیت‌های همه مدل‌ها)،

۲. «صدق در مدل» (= صدق در همه وضعیت‌های یک مدل خاص)

۳. «صدق خاص» (= صدق در یک وضعیت خاص از یک مدل خاص)

و برای سومی از عبارت «وضعیت کنونی» استفاده کند، در این صورت، واژه «کنونی» به نظر من واژه نامناسبی برای بیان این مقصود است و مقصود او را به وضوح نمی‌رساند.

افزون بر این، نقد دیگری که وارد است این است که تمایز یاد شده (میان مفاهیم «جهان»، «وضعیت» و «کنونی») (و نه میان «مدل» و «مدل خاص») مناسب نظام‌های غیرتابع‌ارزشی است و نه نظام تابع‌ارزشی و معلوم نیست که چرا این تمایز در سمانتیک نظام تابع‌ارزشی کتاب مطرح شده است (هرچند البته تمایز میان «مدل» و «مدل خاص» اختصاصی به یک سمانتیک خاص ندارد و در همه سمانتیک‌ها به کار می‌آید).

البته شاید گفته شود که هرچند ادات‌های زبان منطقی این نظام همگی تابع‌ارزشی هستند اما ادات فرازبانی استنتاج در این نظام، تابع‌ارزشی نیست و مثلاً استنتاج هر گزاره از تناقض در آن ممنوع

است و نویسنده کتاب ناگزیر بوده که در سمانتیک نظام تابع‌ارزشی، وضعیت‌ها و مدل‌هایی را در نظر بگیرد که در آنها، تناقض صادق باشد اما هر گزاره‌ای صادق نباشد. اما در سمانتیک نظام تابع‌ارزشی کتاب هرگز چنین وضعیت‌های متناقضی به صورت صریح و شفاف و متمایز طرح نشده‌اند و مورد بحث و بررسی و استفاده قرار نگرفته‌اند بلکه چنان که گفتم به خلاف آنها تصریح شده است (انتهای ص ۵۹).

۳. وضعیت مبنا و مدل مبنا

در ادامه، نویسنده کتاب وضعیت کنونی را «وضعیت مبنا» می‌نامد و تصریح می‌کند که این نامیدن «بر اساس قرارداد» و گزینش است (ص ۱۸۵). او هم‌چنین مدلی را «که آن را در گفت‌وگوی خود پیش فرض گرفته‌ایم و قرائن کافی بر آن وجود دارد» «مدل مبنا» می‌نامد و تصریح می‌کند که این نامیدن «بر اساس قرارداد» و گزینش است (ص ۱۸۶).

برای نگارنده این مقاله آشکار نشد که این نامیدن‌ها و قراردادهای و گزینش‌ها در کجای سمانتیک «صوری» کتاب به کار خواهد آمد. معمولاً در سمانتیک منطق‌های موجهات غیر نرمال یا سمانتیک منطق‌های ربط و مانند آن، برخی از جهان‌های ممکن یا وضعیت‌ها را «برگزیده» (distinguished یا designated) قرارداد می‌کنند و سپس «اعتبار» را بر حسب آنها تعریف می‌کنند به این معنی که یک فرمول معتبر است اگر و تنها اگر در همه جهان‌ها یا وضعیت‌های برگزیده (و نه لزوماً در همه جهان‌ها یا وضعیت‌ها) صادق باشد. اما چنین کاری در سمانتیک‌های کتاب «طرحی نو» دیده نمی‌شود و از این رو، این سؤال برای خواننده بی‌پاسخ می‌ماند که تأکید بر «وضعیت مبنا» و «مدل مبنا» برای چیست.

۴. تعریف نادقیق

مباحث سمانتیک نظام تابع‌ارزشی در فصل دوم کتاب از ص ۵۹ تا ابتدای ص ۶۸ درست مانند کتاب‌های منطق کلاسیک با معرفی جدول‌های دوازده‌گانه پیش می‌رود و مفاهیم سمانتیکی مورد نظر تعریف می‌شوند. سپس، در صص ۶۸-۷۰ مفهوم «معتبر» و «نامعتبر» با عباراتی نسبتاً مغلق «شبه‌تعریف» می‌شوند. ناگزیر تعریف این دو مفهوم را از فصل اول کتاب گزارش می‌کنم:

استدلال در این ساختار «معتبر» شمرده می‌شود اگر و تنها اگر شروط سه‌گانه زیر برقرار باشد:

(۱) اگر نتیجه معنایی سازگار نیست، مقدمه‌ها نیز مجموعه‌ای معنایی ناسازگار تشکیل ندهند،

(۲) اگر همه مقدمه‌ها اصل موضوع یا صدق منطقی نیستند، نتیجه، صدق منطقی نباشد.

(۳) نتیجه در [هر] تعبیری/مدلی که مقدمه/مقدمه‌ها صادقند، صادق باشند. (ص ۲۲)

به پیروی از مقاله «نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، شرط‌های (۱) و (۲) را شرط‌های «فلسفی» می‌نامم و شرط (۳) را «شرط منطقی» نام می‌نهم. این سه شرط معادل این است که بگوییم: استدلال از نگاه سمانتیکی «معتبر» است اگر و تنها اگر

«اولا» صدق‌نگهدار باشد و

«ثانیا» نتیجه و عطف مقدمات:

(الف) یا هر دو همیشه صادق باشند،

(ب) یا هر دو همیشه کاذب باشند،

(ج) یا هر دو ممکن‌الصدق (گاهی صادق گاهی کاذب) باشند.

شرط «اولا» از شرط منطقی (۳) در متن حاج‌حسینی به دست می‌آید و شرط «ثانیا» با هر سه بخش آن از شرط‌های فلسفی (۱) و (۲) از عبارت حاج‌حسینی.

اگر نماد \models را برای صدق‌نگهداری (در معنای کلاسیک آن) و نماد \Vdash را برای استنتاج «معتبر» در سمانتیک نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی در نظر بگیریم به نظر می‌رسد که استدلال‌های یک‌مقدمه‌ای «معتبر» حاج‌حسینی را به شیوه زیر می‌توانیم صورت‌بندی کنیم:

$$A \Vdash B : A \models B \text{ and } (\text{if } \models \sim A \text{ then } \models \sim B) \text{ and } (\text{if } \models B \text{ then } \models A).$$

از آنجا که شرطی‌های «if ... then» در این تعریف را تابع‌ارزشی در نظر گرفته‌ام، این تعریف

معادل تعریف زیر خواهد بود:

$$A \Vdash B : A \models B \text{ and } (\models A \wedge B, \text{ or } \models \sim A \wedge \sim B, \text{ or } (\not\models A \text{ and } \not\models B \text{ and } \not\models \sim A \text{ and } \not\models \sim B)).$$

اگر برداشت من از عبارت حاج‌حسینی درست باشد، به نظر می‌رسد که سمانتیک نظام تابع‌ارزشی او بسیار ساده‌تر و عامه‌فهم‌تر از نظریه‌برهان و نظام استنتاج طبیعی آن است. در این سمانتیک، جدول‌های ارزش منطقی کلاسیک، مبنا و پایه قرار گرفته و با تقیید مفهوم «معتبر» در منطقی کلاسیک به قید فلسفی «ثانیا» که در پاراگراف پیش گفتم، به مفهوم «معتبر» نزد حاج‌حسینی می‌رسیم.

اگر همه اینها درست باشد، به نظر می‌رسد که او می‌توانست در بخش نظریه‌برهان و نظام استنتاج طبیعی نیز دقیقا همین کار را بکند یعنی نظریه‌برهان و نظام استنتاج طبیعی منطقی کلاسیک را پایه و مبنا قرار دهند و با تقیید مفهوم «استدلال درست» و «برهان» از منطقی کلاسیک به قیدی شبیه قید فلسفی «ثانیا» منطقی خود را پایه‌ریزی کند. این تقیید مشابه همان است که در مقاله «نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی» نیز پیش‌نهاد دادم (فلاحی، نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی، ۲۴) و آن را در اینجا برای یادآوری تکرار می‌کنم:

در نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی، استدلال «درست» آن است که

«اولا» نتیجه به کمک قواعد و اصول موضوعه از مقدمات به دست آمده باشد

و «ثانیا» نتیجه استدلال به همراه ترکیب عطفی مقدمه‌ها:

یا (الف) هر دو قضیه منطقی کلاسیک باشند،

یا (ب) هر دو نقیض یک قضیه منطقی کلاسیک باشند،

یا (ج) هیچ کدام قضیه یا نقیض قضیه منطقی کلاسیک نباشند.

با این کار، دیگر نیازی به اختصاص سه فصل در ۱۰۷ صفحه (۳۷-۱۴۳) به نظام تابع‌ارزشی نبود و در یک صفحه کل مطلب را می‌شد جمع کرد و در یک صفحه دیگر به تفاوت‌های منطقی کلاسیک با نظام تابع‌ارزشی پرداخت. در این صورت، دیگر نیازی نمی‌بود به بیان شرط «نرمال بودن برهان» که دگ‌پراویتز طرح کرده بود (ص ۱۸ بند ۵) یا افزودن این شرط عجیب که «برای جانشین‌سازی، فرمول اولیه نباید قضیه باشد» (ص ۱۹ سطر آخر). هم‌چنین فراقضیه‌های صحت و تمامیت به طور طبیعی از منطقی کلاسیک به نظام تابع‌ارزشی سرریز می‌شد. اصولاً به نظر می‌رسد که مطلب هر چه ساده‌تر بیان شود فهم آن برای خواننده آسان‌تر خواهد بود و انرژی کمتری از او خواهد گرفت.

۵. ربطی نبودن استدلال‌ها

انتقاد دیگری که به سمانتیک تابع‌ارزشی حاج‌حسینی وارد است این است که در این سمانتیک، استدلال‌های «نامربوط» و «غیر شهودی» معتبر هستند. به نظر می‌رسد یکی از دغدغه‌های نویسنده کتاب این بوده که استدلال‌هایی که مقدمات آنها بی‌ارتباط با نتیجه بوده‌اند را ممنوع بشمارد؛ اما می‌بینیم که در موارد بسیاری، استدلال‌های بی‌ارتباط در سمانتیک تابع‌ارزشی او قابل اثبات هستند. برای نمونه، به استدلال زیر بنگرید:

$$A \models A \wedge (B \vee \sim B)$$

از آنجا که مقدمه و نتیجه هیچ کدام نه صدق منطقی هستند و نه کذب منطقی، بنابراین، شرط فلسفی «ثانیا» در تعریف حاج‌حسینی از «اعتبار» برقرار است. هم‌چنین چون این استدلال صدق‌نگهدار است (یعنی از صادق، به صادق می‌رسد نه به کاذب) بنابراین، شرط منطقی «اولاً» هم در آن برقرار است و بنابراین، استدلال یاد شده بنا به تعریف سمانتیکی حاج‌حسینی معتبر است. اما این استدلال از دیدگاه شهود طبیعی نامعتبر است چون بخش دوم نتیجه هیچ ربطی به مقدمه ندارد یعنی صدق $B \vee \sim B$ هیچ ربطی به صدق A ندارد. شگفت است که حاج‌حسینی استدلال نامربوط بالا را نامعتبر می‌داند اما استدلال مربوط زیر را نامعتبر می‌شمارد:

$$A \wedge (B \vee \sim B) \models B \vee \sim B$$

این نشان می‌دهد که نظام تابع‌ارزش حاج‌حسینی ملاحظات ربطی و شهود طبیعی را کاملاً نادیده گرفته است.

۶. عدم مطابقت نظریه برهان با نظریه مدل

نقد دیگری که بر سمانتیک نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی وارد است این است که استدلال‌های زیر به دلیل اینکه همه مقدمه‌ها و نتایج آن صدق منطقی هستند در این سمانتیک «معتبر» به شمار می‌آیند زیرا ممکن نیست مقدمه‌ها صادق و نتیجه‌ها کاذب باشند:

$$A \vee \sim A \models (A \vee \sim A) \wedge (B \vee \sim B)$$

$$(A \vee \sim A) \wedge (B \vee \sim B) \models B \vee \sim B$$

$$A \vee \sim A \models B \vee \sim B$$

اما استدلال سوم در نظام استنتاج طبیعی حاج‌حسینی غیر قابل اثبات است (به دلیل اینکه برهان‌های آن شرط «نرمال بودن» را برآورده نمی‌سازند). همین مسئله درباره استدلال‌های زیر نیز برقرار است به دلیل اینکه همه مقدمه‌ها و نتایج آن کذب منطقی هستند و در این سمانتیک «معتبر» به شمار می‌آیند زیرا ممکن نیست مقدمه‌های آنها صادق و نتیجه‌هایشان کاذب باشند:

$$A \wedge \sim A \models (A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B)$$

$$(A \wedge \sim A) \vee (B \wedge \sim B) \models B \wedge \sim B$$

$$A \wedge \sim A \models B \wedge \sim B$$

اینجا نیز استدلال سوم در نظام استنتاج طبیعی حاج‌حسینی غیر قابل اثبات است (به دلیل اینکه برهان‌های آن شرط «نرمال بودن» را برآورده نمی‌سازند). این نشان می‌دهد که فراقضیه‌تأمیت که در فصل سوم کتاب اثبات شده است در حقیقت ناتوان از اثبات بوده است. البته اگر او استدلال زیر را نامعتبر بشمارد:

$$A \vee \sim A \models (A \vee \sim A) \wedge (B \vee \sim B)$$

در این صورت، فراقضیه صحت دچار اشکال می‌شود زیرا استدلال زیر در نظام استنتاج طبیعی تابع‌ارزشی او قابل اثبات و نیز درست است:

$$A \vee \sim A \vdash (A \vee \sim A) \wedge (B \vee \sim B).$$

در هر صورت، به نظر می‌رسد که یکی یا هر دو فراقضیه صحت و تأمیت او دچار خدشه است.

۷. وابستگی و استقلال سمانتیکی

نویسنده کتاب در صص ۲۵-۲۷ بارها و بارها از «وابستگی» و «استقلال» سمانتیکی ارزش‌های صدق و کذب گزاره‌ها سخن می‌گوید اما معنای «وابسته» و «مستقل» را هرگز بیان نمی‌کند. برخی از عبارتهای او را ببینیم:

۳- حضور مقدمه/مقدمه‌ها در استدلال، به جز حالتی که مقدمه‌ها همه، صدق منطقی یا اصل موضوع باشند، به این معنی است که ارزش نتیجه بر اساس قاعده‌های دلالت، در تمامی تعبیرها از ارزش همه مقدمه‌ها مستقل نیست. (ص ۲۶). (تأکیدها از من است).

او حتی حضور فرمول‌های ناسازگار ولی مستقل از مقدمه و نتیجه را مانع «اعتبار» استدلال نمی‌داند:

۴- حضور آن دسته از فرمول‌ها که صدق نتیجه، وابسته به صدق آنها نیست اما به عنوان مقدمه در کنار مقدمه/مقدمه‌ها در استدلال حضور دارند، تنها به این معنی است که هر یک از آنها با مقدمه‌هایی که صدق نتیجه وابسته به صدق آنها است، سازگارند و مانع استنتاج نتیجه نیستند. این فرمول‌ها اگر متعدد و با یکدیگر ناسازگار باشند، نقشی در

ارزیابی استدلال ندارند و ناساگاری آن‌ها موجب عدم اعتبار استدلال نمی‌شود. (ص ۲۶). (تأکیدها از من است).

طبیعتاً انتظار می‌رود که پیش از این، به ما گفته می‌شد که ارزش یک متغیر گزاره‌ای مانند P در چه صورتی از ارزش یک متغیر گزاره‌ای دیگر مانند Q مستقل است و در چه صورتی به آن وابسته است. یا ارزش یک فرمول مانند $P \vee \sim P$ در چه صورتی از ارزش متغیر گزاره‌ای درون آن، یعنی P ، یا از ارزش یک متغیر گزاره‌ای دیگر مانند Q مستقل است و در چه صورتی به آن وابسته است. هم‌چنین ارزش یک فرمول مانند $P \vee \sim P$ در چه صورتی از ارزش یک فرمول دیگر مانند $Q \vee \sim Q$ مستقل است و در چه صورتی به آن وابسته است. در مورد اخیر، هر دو فرمول همواره ارزش ۱ می‌گیرند و برای من آشکار نیست که وابستگی یا استقلال ارزش‌های ۱ برای فرمول اول از ارزش‌های مشابه برای فرمول دوم چگونه قابل تشخیص است.

شاید نویسنده کتاب ادعا کند که استقلال ارزش‌های $P \vee \sim P$ از ارزش‌های $Q \vee \sim Q$ امری بدیهی است و نیازی به توضیح ندارد، در این صورت، سؤال خواهد شد که این بداهت از کجا آمده است؟ آیا جز فقدان متغیر متشکر میان آن دو فرمول، دلیل دیگری بر استقلال ارزش‌های آنها از یک‌دیگر وجود دارد؟ بنابراین، به نظر می‌رسد که ادعای بداهت یاد شده، ناظر به خود فرمول‌ها است که متغیر مشترک ندارند و بنابراین، این نگاه یک نگاه نحوی و غیرسمانتیکی خواهد بود.

۸. تقیید «مدل» به «مدل مقدمات»

نویسنده کتاب اما می‌تواند نگاه خود را سمانتیکی و غیرنحوی اعلام کند و مدعی شود که در جدول ارزش فرمول اول، که در زیر ترسیم شده، هیچ راهی برای تعیین ارزش‌های فرمول دوم وجود ندارد:

P	$P \vee \sim P$
1	1
0	1

چنان که می‌بینیم، در این جدول ارزش، راهی برای تعیین ارزش‌های فرمول $Q \vee \sim Q$ ارائه نشده است. توجه کنیم که هرچند با جدول ارزش فرمول $Q \vee \sim Q$ می‌دانیم که این فرمول نیز همیشه صادق است:

Q	$Q \vee \sim Q$
1	1
0	1

اما این ربطی به جدول ارزش فرمول $P \vee \sim P$ ندارد و در جدول ارزش هیچ یک از این دو فرمول نمی‌توان ارزش فرمول دیگر را تعیین کرد. به همین دلیل است که استدلال زیر از نظر نویسنده کتاب نامعتبر است با اینکه هر دو طرف آن صدق منطقی هستند:

$$P \vee \sim P \vDash Q \vee \sim Q.$$

چکیده این دفاعیه احتمالی نویسنده کتاب را می‌توان چنین بیان کرد که در استدلال‌ها، مقصود از «مدل» هر مدلی نیست بلکه فقط «مدل مقدمه‌ها» است و نه «مدل نتیجه‌ها». این دفاعیه احتمالی را می‌توان «تقیید مدل به مدل مقدمات» نامید.

اما نقدی که به چنین تقییدی وارد می‌شود این است که در این صورت، باید نتیجه گرفت که استدلال زیر نیز نامعتبر است چون نتیجه‌اش از مقدمه‌اش مستقل است:

$$P \vee \sim P \vDash (P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q)$$

چون جدول ارزش مقدمه آن قادر نیست ارزش‌های نتیجه را بررسی کند، بر خلاف عکس این استدلال که نتیجه‌اش از مقدمه‌اش مستقل نیست:

$$(P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q) \vDash Q \vee \sim Q$$

چون جدول ارزش مقدمه آن چهارسطری است و ارزش‌های نتیجه در آن قابل محاسبه است:

P	Q	$(P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q)$	$Q \vee \sim Q$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	1	1

اما نامعتبر بودن استدلال زیر در سمانتیک:

$$P \vee \sim P \vDash (P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q)$$

با درست بودن استدلال زیر در نظام استنتاج طبیعی:

$$P \vee \sim P \vdash (P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q)$$

ناسازگار است و نشان می‌دهد که فراقضیه صحت نادرست است.

۹. مدل‌های کامل و ناقص

از آنچه در بخش پیشین گذشت درمی‌یابیم که حاج حسینی «مدل» را به معنای «ناقص» آن اراده می‌کند نه به معنای «کامل» آن. «مدل کامل» آن است که به «هر» متغیر گزاره‌ای از زبان یکی از دو ارزش صدق و کذب را نسبت می‌دهد اما «مدل ناقص» آن است که تنها به «برخی» از متغیرهای گزاره‌ای زبان ارزش‌دهی می‌کند.

جدول ارزش‌هایی که در کتاب‌های درسی منطق مورد استفاده قرار می‌گیرند همگی متناهی هستند و به تعدادی متناهی از متغیرهای گزاره‌ای ارزش‌دهی می‌کنند و بنابراین، هر سطر آنها یک «مدل ناقص» است. اگر جدول ارزشی نامتناهی را در نظر بگیریم که به همه متغیرهای گزاره‌ای در آن ارزش‌دهی شده باشد هر سطر آن یک «مدل کامل» خواهد بود.

معمولاً، در کتاب‌های منطقی، «مدل» را به معنای «کامل» آن در نظر می‌گیرند هرچند در عمل جدول ارزش‌های متناهی و طبیعتاً «مدل‌های ناقص» را به کار می‌برند. دلیل این آن است که معمولاً، نیازی به مدل‌های «کامل» نیست و مدل‌های «ناقص» که «همه» متغیرهای گزاره‌ای به کار رفته در

استدلال (اعم از متغیرهای مقدمه‌ها و متغیرهای نتیجه) را ارزش‌دهی می‌کنند کافی هستند. اما نکته در اینجا این است که حاج‌حسینی مدل‌های «ناقصی» را به کار می‌برد که تنها متغیرهای گزاره‌ای مقدمه‌ها (و نه نتیجه) را ارزش‌دهی می‌کند. منحصر کردن ارزش‌دهی به متغیرهای گزاره‌ای مقدمه‌ها و ترک ارزش‌دهی به متغیرهای گزاره‌ای که فقط در نتیجه به کار رفته‌اند از ابداعات حاج‌حسینی است و نگارنده این مقاله این نوآوری را در هیچ اثر دیگری ندیده است.

چنان که دیدیم، این نوآوری به نویسنده کتاب این اجازه را داده است تا استدلال‌هایی مانند استدلال زیر را نامعتبر بشمارد:

$$P \vee \sim P \vDash Q \vee \sim Q.$$

اما چنان که دیدیم، هزینه این نوآوری این است که استدلال زیر را نیز (علی‌رغم درست بودن در نظام استنتاج طبیعی کتاب) نامعتبر می‌شمارد:

$$P \vee \sim P \vDash (P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q).$$

برای رفع این اشکال، یا باید مدل را به معنای «کامل» آن در نظر گرفت (چنان که در غالب کتاب‌ها چنین می‌کنند) یا دست کم، مدل را به معنای «ناقص» آن اما برای کل استدلال و نه صرفاً برای مقدمه‌های آن لحاظ کرد.

اما اگر اصرار بر این است که صورت‌برهان اخیر بر خلاف آنچه در نظام استنتاج طبیعی آمده، نامعتبر باشد، انتقاد دیگری قابل طرح است و آن اینکه در این صورت، عکس نقیض استدلال اخیر نیز باید نامعتبر باشد:

$$\sim[(P \vee \sim P) \wedge (Q \vee \sim Q)] \vDash \sim(P \vee \sim P)$$

$$(P \wedge \sim P) \vee (Q \wedge \sim Q) \vDash P \wedge \sim P$$

اما می‌بینیم که با مدل «ناقص» برای مقدمه‌ها، هر دو استدلال اخیر معتبر می‌شوند (چون مدل ناقص مقدمه‌های این دو استدلال هر دو متغیر را ارزش‌دهی می‌کند). این نشان می‌دهد که مقید کردن مدل‌های «ناقص» به مقدمه‌ها، هرچند در برخی موارد کارآمد است اما در برخی موارد کارایی خود را از دست می‌دهد و باید به فکر چاره دیگری برای حل این مشکل بود.

۱۰. دو تعریف از «صدق‌نگهداری»

نویسنده کتاب دو تعریف مختلف از «صدق‌نگهداری» ارائه کرده است: یکی به صورت موجبه کلیه و دیگری به صورت سالبه کلیه که به نظر می‌رسد هم‌ارز نیستند:

(۱) در هر مدلی که مقدمه‌ها صادق‌اند نتیجه صادق باشد (ص ۷۳).

(۲) تعبیری نباشد که در آن، مقدمه‌ها صادق و نتیجه کاذب باشد (ص ۱۰۲).

از دیدگاه منطق کلاسیک این دو تعریف معادل هستند؛ اما از دیدگاه نویسنده کتاب این دو تعبیر معادل نیستند زیرا تعبیر نخست فقط به مدلی‌هایی توجه می‌کند که مقدمه‌ها صادق‌اند. در چنین مدلی‌هایی

متغیرهایی که در نتیجه آمده اما در مقدمه‌ها نیامده‌اند هیچ ارزشی نمی‌گیرند و بنابراین، کل نتیجه در چنین مدلی می‌تواند فاقد ارزش باشد و در این صورت، استدلال‌های زیر از دیدگاه حاج‌حسینی صدق‌نگهدار نیستند:

$$A \wedge \sim A \models B \wedge \sim B$$

$$A \vee \sim A \models B \vee \sim B$$

اما بنا به تعریف دوم، هیچ تعبیری نمی‌یابیم که مقدمات این دو استدلال صادق باشند و نتیجه‌هایشان کاذب. بنابراین، استدلال‌های بالا بر اساس تعریف دوم صدق‌نگهدار می‌شوند.

۱۱. فراقضیه‌ها

فصل سوم کتاب به اثبات فراقضیه‌های صحت و تمامیت نظام تابع‌ارزشی اختصاص دارد. این فصل برای اثبات فراقضیه صحت (بهنجاری) همان برهانی را آورده است که ضیا موحد در کتاب درآمدی به منطق کلاسیک برای اثبات فراقضیه تمامیت می‌آورد و برعکس، برای اثبات فراقضیه تمامیت برهانی را آورده است که ضیا موحد در کتاب درآمدی به منطق کلاسیک برای اثبات فراقضیه صحت (بهنجاری) می‌آورد (موحد، ۲۹۹-۳۲۰). مجموعه‌های نحوی سازگار و پُر و اثبات خاصیت‌های آنها معمولاً برای اثبات فراقضیه تمامیت به کار می‌رود اما حاج‌حسینی آن را برای فراقضیه صحت به کار برده است (صص ۷۴-۸۶). برای اثبات تمامیت، نیز، کتاب از فراقضیه صحت (بهنجاری) استفاده می‌کند (ص ۸۷ سطر پنجم از آخر)؛ در حالی که این دو فراقضیه مستقل از یک‌دیگر هستند و نمی‌توان یکی را بر حسب دیگری اثبات کرد.

شاید نویسنده کتاب دلیل این مسئله را این عنوان کند که در تعریف «درستی» و «اعتبار» در نظام تابع‌ارزشی، مفهوم‌های زیر آمده است: «نحوی‌ناسازگار» و «قضیه»، و نیز «کذب منطقی» و «صدق منطقی»؛ و این ناگزیر می‌کند که اثبات فراقضیه‌های صحت و تمامیت نظام تابع‌ارزشی پیچیده‌تر از اثبات‌های مشابه برای منطق کلاسیک باشد.

در توضیح این مطلب، صورت‌بندی‌هایی از تعریف‌های «درستی» حاج‌حسینی را از مقاله «نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی» تکرار می‌کنم (فلاحی، نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی، ۲۹):

$$A \Vdash B : A \vdash B \text{ and } (\text{if } \vdash \sim A \text{ then } \vdash \sim B) \text{ and } (\text{if } \vdash B \text{ then } \vdash A).$$

$$A \Vdash B : A \vdash B \text{ and}$$

$$(\vdash A \wedge B \text{ or } \vdash \sim A \wedge \sim B \text{ or } (\nVdash A \text{ and } \nVdash B \text{ and } \nVdash \sim A \text{ and } \nVdash \sim B)).$$

این صورت‌بندی را با صورت‌بندی‌هایی برای تعریف او از «اعتبار» مقایسه کنید:

$$A \Vdash B : A \models B \text{ and } (\text{if } \models \sim A \text{ then } \models \sim B) \text{ and } (\text{if } \models B \text{ then } \models A).$$

$$A \Vdash B : A \models B \text{ and}$$

$$(\models A \wedge B \text{ or } \models \sim A \wedge \sim B \text{ or } (\nmodels A \text{ and } \nmodels B \text{ and } \nmodels \sim A \text{ and } \nmodels \sim B)).$$

چنان که دیده می‌شود، در تعریف \vdash ، نه تنها ادات \vdash ، بلکه ادات \dashv هم حضور دارد. چنان که در تعریف \vDash ، نه تنها ادات \vDash ، بلکه ادات \dashv هم حضور دارد. بنابراین، در اثبات صحت، نه تنها باید از \vdash به \vDash ، بلکه هم‌چنین باید از \dashv به \dashv برسیم. به عبارت دیگر، برای اثبات صحت، باید هم از \vdash به \vDash و هم از \vDash به \dashv برسیم (بنا به عکس نقیض). به عبارت دیگر، برای اثبات صحت نظام تابع‌ارزشی، باید فرآیند اثبات‌های صحت و تمامیت کلاسیک را با هم انجام دهیم. برای اثبات تمامیت نظام تابع‌ارزشی هم باید هر دو فرآیند را با هم طی کنیم.

در این صورت، برای اثبات صحت، نه تنها باید اثبات کنیم که «هر مجموعه معنایی سازگار، نحوی سازگار است» بلکه باید عکس آن را نیز اثبات کنیم؛ این در حالی است که حاج‌حسینی فقط عکس آن را اثبات کرده است. هم‌چنین، برای اثبات تمامیت، نه تنها باید اثبات کنیم که «هر مجموعه نحوی سازگار، معنایی سازگار است» بلکه باید عکس آن را نیز اثبات کنیم؛ این در حالی است که حاج‌حسینی اینجا نیز فقط عکس آن را اثبات کرده است.

یک انتقاد دیگر که در بخش فراقضیه‌ها وارد است این است که نماد \vdash در این فصل نیز (مانند ص ۴۷ کتاب) به صورت مشترک لفظی برای «استنتاج درست در منطق تابع‌ارزشی حاج‌حسینی» و برای «اگر ... آنگاه» در زبان نظریه مجموعه‌ها به کار رفته است. برای نمونه، فراقضیه‌های صحت و تمامیت ضعیف و قوی با هم به شکل زیر معرفی شده‌اند (ص ۸۹):

$$\vDash A \dashv\vdash \vdash A$$

$$S \vDash A \dashv\vdash S \vdash A$$

اما می‌دانیم که «اگر ... آنگاه» در زبان نظریه مجموعه‌ها استلزام مادی است نه استنتاج مورد نظر حاج‌حسینی و بسیاری از احکام نظریه مجموعه‌ها وابسته به این معنای استلزام مادی است و معلوم نیست که اگر اصول نظریه مجموعه‌ها را با زبان و منطق مورد قبول حاج‌حسینی بازنویسی کنیم چه میزان از قضایای نظریه مجموعه‌های موجود هم‌چنان برقرار می‌ماند. توجه کنید که مجموعه‌های تهی و مجموعه‌های نامتناهی، بسیاری از احکام خود را مدیون معنای استلزام مادی هستند و اگر منطق پایه این نظریه که همانا منطق محمولات کلاسیک مرتبه اول است را به منطق‌هایی مانند منطق ربط تغییر بدهیم، بسیاری از قضایای نظریه مجموعه‌ها نامعتبر می‌شوند و هیچ بعید نیست که تغییر منطق پایه نظریه مجموعه‌ها به منطق تابع‌ارزشی حاج‌حسینی این پیامدها را نداشته باشد. از این رو، به نظر می‌رسد یا باید نماد $\dashv\vdash$ را به صورت هم‌ارزی مادی \equiv (و یا با نمادی فرازبانی مانند \Leftrightarrow یا iff) نوشت و از منطق نظریه مجموعه‌های کلاسیک بهره گرفت یا اثبات فراقضیه‌ها را تا تأسیس «منطق محمولات حاج‌حسینی» و «نظریه مجموعه‌های حاج‌حسینی» به تعویق افکند.

۱۲. تعریف‌های ناهم‌ارز از «صحت» و «تمامیت»

نویسنده کتاب صحت یا «بهنجاری» و تمامیت را به دو روش مختلف و ناهم‌ارز تعریف کرده است: یکی بر حسب «درستی» و «اعتبار» و دیگری صرفاً بر حسب «قاعده‌های استنتاج» بدون شرایط «سازگاری مقدمه‌ها» و «قضیه نبودن نتیجه‌ها». تعریف‌های دسته نخست چنین است:

صحت: هر استدلال درست، معتبر نیز هست (ص ۷۳).

تمامیت: هر استدلال معتبر، درست نیز هست (ص ۷۳). (تأکیدها از من است).

به نظر می‌رسد که هیچ ایرادی به این دو تعریف وارد نیست؛ اما نویسنده کتاب دو تعریف دیگر از «صحت» و «تمامیت» یک نظام ارائه کرده است که با تعریف‌های بالا هم‌ارز نیست. این دو تعریف چنین است:

در هر نظام منطقی، برای اینکه به قاعده‌های استنتاج اعتماد کنیم باید اثبات کنیم که این قاعده‌ها از مقدمه‌های صادق، نتایج کاذب به بار نمی‌آورند. نظامی که قاعده‌های استنتاج آن، این ویژگی را داشته باشد، بهنجار به شمار می‌آید. (ص ۳۵).
در هر نظام منطقی، برای اینکه به قاعده‌های دلالت اعتماد کنیم باید اثبات کنیم استدلالی که بر اساس این قاعده‌ها معتبر شمرده می‌شود، به کمک قاعده‌های استنتاج نیز قابل اثبات است. نظامی که قاعده‌های دلالت آن، این ویژگی را داشته باشد، تمامیت دارد. (ص ۳۵). (تأکیدها از من است).

تعریف «صحت» و «تمامیت» در اینجا مطابق تعریف کلاسیک است و با دو تعریف نخست مطابقت ندارد زیرا دو تعریف اخیر، فقط به «قاعده‌های استنتاج» ناظر است و به شرایط «درستی» و «اعتبار» توجه نمی‌کند، در حالی که دو تعریف نخست، صراحتاً به رابطه «درستی» و «اعتبار» ناظر بود.

در تعریف اخیر، «صحت» به «صدق‌نگهداری» صرف تعریف شده است (یعنی فقدان مقدمه‌های صادق و نتایج کاذب) و به سازگاری مقدمه‌ها یا سازگاری نقیض نتیجه هیچ اشاره‌ای نشده است. «معتبر» در اصطلاح کتاب، افزون بر «صدق‌نگهداری» شامل «سازگاری معنایی مقدمه‌ها با هم» و «سازگاری نقیض نتیجه» نیز هست که باید به تعریف «صحت» افزوده شود.

همین انتقاد به تعریف اخیر از «تمامیت» نیز وارد است: در اینجا نیز فقط به «قاعده‌های استنتاج» بسنده شده و شرایط «درستی» ذکر نشده است. به نظر می‌رسد اگر در این تعریف، به جای «قابل اثبات است»، گفته می‌شد «به درستی قابل اثبات است» دو تعریف «تمامیت» مترادف می‌شد.

۱۳. اعتماد به سمانتیک به عنوان هدف از فراقضیه «تمامیت»

نکته دیگری که در تعریف دوم «تمامیت» هست این است که چنین وانمود می‌کند که ما فراقضیه «تمامیت» را برای «اعتماد به قاعده‌های دلالت» نیاز داریم. گویا اگر کسی در قابل اعتماد بودن یک

سمانتیک تردید داشته باشد کافی است به نظام استنتاج طبیعی بنگرد و ببیند که هر استدلال معتبر در این سمانتیک آیا در آن نظام نظریه‌برهانی، درست هست یا نه. اگر چنین بود او باید به آن سمانتیک اعتماد کند و تردیدهای خود را کنار بگذارد.

انتقادی که به این تصویر وارد است این است که این تصویر تنها در صورتی مطابق واقع است که نظریه‌برهان و نظام استنتاج طبیعی بدیهی‌تر از سمانتیک باشد؛ در حالی که در بیشتر موارد عکس این است.

در بیشتر موارد، ما یک شهود قوی سمانتیکی داریم (مثلا در مورد روابط تابع‌ارزشی یا جهان‌های ممکن)؛ و اختلافی اگر هست در نظریه‌برهان‌ها (و نظام‌های استنتاج طبیعی یا اصل موضوعی) است و برای اعتماد به این نظریه‌برهان‌ها و اینکه آیا در آنها تناقض اثبات می‌شود یا نه ناگزیریم به سمانتیک مراجعه کنیم و پس از اثبات «صحت» و «بهنجاری» و با توجه به اینکه می‌دانیم در سمانتیک مورد نظرماتناقض وجود ندارد متوجه شویم که نظریه‌برهان‌مان هم سازگار است و بنابراین به آن اعتماد کنیم.

عکس این برای «تمامیت» برقرار نیست؛ یعنی فراقضیه تمامیت برای «اعتماد به سمانتیک» نیست. فراقضیه تمامیت برای این است که نظریه‌برهان و نظام استنتاج طبیعی ما آیا «همه» قواعد استنتاجی مورد نیاز برای صورت‌بندی کردن استدلال‌های معتبر در سمانتیک را دارد و از این رو «کامل» و «تمام» است؟ یا اینکه چنین نیست و «ناقص» است و «کمبود» دارد و باید در جستجوی قاعده‌های استنتاجی بیشتری باشیم؟ بنابراین، اینجا هدف «اعتماد به سمانتیک» نیست؛ بلکه هدف هم‌چنان «اعتماد به نظریه‌برهان» است، اما نه از جهت اینکه آیا سازگار است یا به تناقض می‌انجامد، بلکه از جهت اینکه آیا کامل و تمام است یا ناقص است و کمبود دارد.

۱۴. نتیجه‌گیری

نشان دادم که سمانتیک‌های تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی کتاب مقصود نویسنده آن را برآورده نمی‌سازند. اولاً، هیچ یک از مفاهیم «جهان»، «وضعیت»، «کنونی»، «وضعیت فرضی محتمل»، «مفروض» و «قابل فرض» به روشنی تعریف نشده‌اند.

ثانیاً، مقصود و هدف از تعریف اصطلاحاتی مانند «وضعیت مبنا» یا «مدل مبنا» اصولاً روشن نیست.

ثالثاً، مقصود از «صدق‌نگهداری» در تعریف «اعتبار» آشکار نیست. آیا این مفهوم با استلزام مادی تعریف می‌شود یا با استلزام غیرتابع‌ارزشی. اگر این دومی است آیا شرایطی متناظر با شرایط نحوی «نرمال بودن برهان» و «ترتیب نوشتن فرض‌های کمکی و ترتیب حذف آنها» در تعریف آن اخذ شده است یا نه؟ و اگر اخذ شده است چگونه و با چه ابزارهای سمانتیکی‌ای؟

رابعا، «صدق‌نگهداری» در تعریف «اعتبار» اگر با استلزام مادی تعریف شود بسیاری از استدلال‌های نامربوط (غیر ربطی) معتبر می‌شوند و اگر با استلزام مفهومی تعریف شود برخی استدلال‌های ربطی نامعتبر می‌شوند.

خامسا، این سمانتیک مطابقت کاملی با نظریه برهان و نظام استنتاج طبیعی کتاب نخواهد داشت. سادسا، فراقضیه «تمامیت» برای نظام تابع‌ارزشی این کتاب برقرار نیست زیرا در سمانتیک این نظام، فرمول‌ها یا استدلال‌هایی «معتبر» است که در نظریه برهان آنها «درست» نیست. برای نمونه، در سمانتیک نظام تابع‌ارزشی، هر صدق منطقی هر صدق منطقی را به صورت معتبر نتیجه می‌دهد اما برهان‌های آنها در نظام استنتاج طبیعی به دلیل نقض شرط «نرمال بودن» دگ پراویترز «نادرست» هستند.

سابعا، دیدیم برهان‌هایی که کتاب برای دو فراقضیه «صحت» و «تمامیت» می‌آورد در واقع جابجا هستند به این معنی که برای فراقضیه صحت برهانی آورده است که شبیه برهان‌های فراقضیه تمامیت در دیگر کتاب‌ها است و برای فراقضیه تمامیت برهانی اقامه کرده است که شبیه برهان‌های فراقضیه صحت در دیگر کتاب‌ها است. افزون بر این، معلوم شد که به دلیل فقدان تمامیت دستگاه استنتاج طبیعی نظام تابع‌ارزشی کتاب، برهان‌های کتاب برای فراقضیه «تمامیت» در واقع نادرست هستند.

سپاس‌گزاری

پیش‌نویس‌هایی از این مقاله را همکار محترم علیرضا دارابی خواندند و نکات ارزش‌مندی را پیش‌نهادند که از این بابت از ایشان سپاس‌گزارم. آشکار است که مسؤلیت همه خطاهای احتمالی مقاله بر عهده نگارنده است.

منابع

۱. حاج‌حسینی، مرتضی؛ طرحی نو از اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها؛ اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، ۱۳۹۶.
۲. حاج‌حسینی، مرتضی، طرحی نو از اصول و مبانی منطق با معرفی دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها؛ اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، ۱۴۰۱.
۳. فلاحی، اسدالله؛ «نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، آینه معرفت ۲۳، ش. ۱، صص ۲۱-۴۳، ۱۴۰۲.
۴. فلاحی، اسدالله؛ «نظام غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، منطق‌پژوهی ۱۴، ش. ۱، ۱۴۰۲.
۵. موحد، ضیاء؛ درآمدی به منطق کلاسیک؛ تهران، انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۶۸.