فلسفه و کلام اسلامی
سال پنجاهم، شمارۀ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۶
صص ۱۳۳ـ۱۱۹
Falsafe va Kalam-e Eslami
Vol. 50, No.1, Spring & Summer 2017

تحلیل و ارزیابی معیار پایستاری در رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری

مرتضی مزگی نژاد،[۱] لطف اله نبوی،[۲] سید محمدعلی حجتی[۳]

(تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۴/۱۲ ـ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۹/۲۴)

چکیده

در رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری، ثوابت منطقی بر اساس قواعد عملگری تعریف می‌شود، آرتور پرایور در نقد این رویکرد با ارائۀ مثال نقض tonk نشان داد که با پذیرش رویکرد استنتاج‌گرایی هر قاعدۀ عملگری دلخواهی توصیف‌کننده یک ثابت منطقی خواهد شد و لازمۀ این امر وجود ثوابت منطقی معیوب و ناسازگار با سیستم است. بلنپ در پاسخ به این اشکال دو شرط پایستاری و یکتایی را برای قواعد عملگری ارائه داد. با توجه به اهمیت شرط پایستاری در پاسخ بلنپ، در این مقاله تلاش شده شرط پایستاری مورد ارزیابی قرار گیرد. «چگونه معیار پایستاری شرایط لازم و کافی را برای تعریف ثوابت منطقی فراهم می‌کند؟» مسئلۀ اصلی این مقاله است. فرضیۀ پیشنهادی *عدم‌کفایت لازم شرط پایستاری در ارائۀ تعاریف ثوابت منطقی* است که در نهایت با بررسی معانی مطرح‌شده برای پایستاری اثبات خواهد شد.

واژگان کلیدی: استنتاج‌گرایی، بلنپ، پایستاری، ثوابت منطقی، قواعد عملگری، معناداری

---

۱. استادیار گروه فلسفه و کلام اسلامی دانشگاه بیرجند (نویسنده مسئول)؛
Email: mezginejad@birjand.ac.ir
۲. دانشیار گروه فلسفه دانشگاه تربیت مدرس؛ Email: nabavi_l@modares.ac.ir
۳. دانشیار گروه فلسفه دانشگاه تربیت مدرس؛ Emial: hojatima@modares.ac.ir

۱. بیان مسئله

«ابن‌سینا فیلسوف است» و «ابن‌سینا پزشک است». معنای این دو گزاره در فارسی کاملاً روشن است و شنوندهٔ فارسی‌زبان با شنیدن این دو جمله به معنای آن پی می‌برد. دو محمول «فیلسوف بودن» و «پزشک بودن» به ابن‌سینا اِسناد داده‌شده است. این دو گزاره با حرف ربط عطف به یکدیگر متصل شده‌اند.

در رویکرد استنتاج‌گرایی، معنای ثابت منطقی (مقصود از ثابت منطقی، عملگرهایی مانند عطف، فصل، شرط و... است) چیزی جز همان نقش و کاربرد آن در استنتاج نیست. در رویکرد کلی استنتاج‌گرایی معنا بر اساس کارکرد مشخص می‌شود، معنای عطف نیز با برشمردن قواعد استنتاجی عطف قابل حصول است. به‌عنوان‌مثال معنای «&» در فرمول" P&Q "بر اساس قواعد معرفی و حذف عبارت است از:

معرفی &: برای دو گزارهٔ P و Q ، گزاره‌ای می‌توان ساخت که از عطف P و Q حاصل‌شده است (P&Q).

حذف &: الف ـ از هر جملهٔ عطفی P&Q می‌توان P را نتیجه گرفت. ب ـ از هر جملهٔ عطفی P&Q می‌توان Q را نتیجه گرفت.

آرتور پرایور [9] با ارائهٔ مثال نقض tonk، رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری را مورد انتقاد قرارداد. ثابت منطقی tonk عملگر مفروضی است که به زبان اضافه‌شده است. در اینجا نیز معنای tonk از طریق قواعد استنتاجی آن مشخص می‌شود همانند آنچه دربارهٔ معنای عطف مطرح شد یعنی [9, p.39]:

$$\frac{P}{P\ tonk\ Q}\ I\_tonk \qquad\qquad \frac{P\ tonk\ Q}{Q}\ E\_tonk$$

لازمهٔ رویکرد استنتاج‌گرایی به معنی‌داری پذیرش چنین ثابت‌های منطقی است. از طرفی ثابت منطقی tonk منجر به نتایج غیر قابل قبولی می‌شود. مثلاً از یک مقدمه کاملاً صادق گزاره‌ای مطلقاً کاذب نتیجه می‌شود:

"2 and 2 are 4".
Therefore, "2 and 2 are 4" *tonk* "2 and 2 are 5".
Therefore, "2 and 2 are 5".

پرایور با مثال نقض tonk نشان می‌دهد که رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری که در آن «معنای ثوابت منطقی از طریق برشمردن قواعد استنتاجی حاکم بر آن‌ها به دست می‌آیند» نمی‌تواند کامل باشد. به عبارت دقیق‌تر، صرف وجود قواعد معرفی و حذف نمی‌تواند ارائه‌دهندهٔ ثابت منطقی بی‌عیبی باشد بلکه شرایط دیگری نیز باید لحاظ شود.

بلنپ برای رفع اشکال پرایور و پاسخ به آن معیاری برای ثوابت منطقی معرفی

می‌کند. او این معیار را پایستاری می‌نامد. هدف اصلی از ارائه پایستاری مشخص کردن و جلوگیری از ورود ثوابت منطقی معیوبی مانند tonk به سیستم منطقی است. بررسی عملکرد معیار پایستاری و میزان موفقیت آن در ممانعت از ثوابت منطقی معیوب یکی از اهداف این مقاله است. در نهایت با ارزیابی این معیار به این مسئله پاسخ داده خواهد شد که آیا پایستاری شرایط لازم و کافی را برای تعریف ثوابت منطقی فراهم می‌کند یا خیر؟

۲. پیشینهٔ بحث: پاسخ به مسئلهٔ tonk

در پاسخ به این پرسش که چه ملاکی برای تمایز ثوابت منطقی سالم از معیوب وجود دارد (ثوابتی مانند tonk را ثوابت معیوب می‌نامیم، مقصود از ثوابت معیوب ثوابتی است که هر گاه به سیستم اضافه شود منجر به نتایج غیر قابل قبول و متناقضی می‌شود) دو دسته پاسخ ارائه شده است. پاسخ‌هایی که اصولاً رویکردشان مدل‌تئوری است و سعی می‌کنند با استفاده از مفهوم اعتبار چنین ملاکی را ارائه دهند و دستهٔ دیگر با پذیرش رویکرد استنتاجی به معناداری و در قالب تئوری برهان به این پرسش پاسخ داده‌اند. استیونسون [11] با استفاده از ویژگی‌های مدل‌تئوری مخصوصاً جدول ارزش اثبات کرده است که اصولاً ثابت tonk را نمی‌توان به‌صورت سازگاری با جدول ارزش نشان داد، بنابراین مدل‌تئوری با ابزار جدول ارزش مانع ورود چنین ثوابت معیوبی به سیستم منطقی می‌شود؛ گرچه کوک[1] در پاسخ به وی جدول ارزش سازگار با عملگر tonk ارائه می‌دهد [2, p.224]. واگنر[2] نیز با رویکردی مشابه استیونسون آغاز می‌کند، اما به نتیجهٔ متفاوت می‌رسد [12]. جهت شباهت پاسخ وی به استیونسون این است که او نیز در فضای مدل‌تئوری سعی دارد به این مسئله پاسخ دهد، اما اشکال اساسی که به مسئلهٔ پرایور وارد داشته است صرفاً وجود عیب سمانتیکی و عدم صدق‌نگه‌دار بودن[3] نیست بلکه اساساً از نظر او tonk ثابت منطقی فاقد معنا[4] است.

بلنپ، دامت، پراویتز و تننت در پارادایم تئوری ـ برهانی بدون استفاده از تابع صدق راهکارهای متفاوت برای مسئلهٔ موردنظر ارائه داده‌اند. در این مقاله بر راهکار بلنپ متمرکز خواهیم شد.

1. Cook
2.Wagner
3. truth-preservation
4. meaningless

۳. پاسخ بلنپ به مسئلۀ پرایور

کلید حل این مسئله در نظر بلنپ بررسی دقیق‌تر نحو است. نمی‌توان ثابت منطقی را به‌دلخواه تعریف کرد و هرگونه قواعد عملگری را بدون ضابطه برای توصیف آن ارائه داد، بلکه باید این قواعد بر اساس بافت استنتاجی[1] که از پیش مشخص‌شده معین شوند [1, p. 131].

طبیعت استنتاج دارای پیش‌فرض‌هایی است، پیش‌فرض‌هایی که مشخص می‌کند در چه صورت رابطه میان چند فرمول رابطۀ استنتاجی است و اگر بخواهد رابطه‌ای استنتاجی نامیده شود باید دارای چه ویژگی‌هایی باشد. این پیش‌فرض‌ها را ویژگی‌های ساختاری استنتاج می‌نامند. اگر در تعریف ثوابت منطقی بر اساس عملگرها این ویژگی‌های ساختاری نادیده گرفته شود در این صورت ممکن است نتایج ناسازگار با این ویژگی‌ها بروز پیدا کند. بلنپ بر این باور است که بررسی سازگاری میان قواعد ساختاری و قواعد عملگری کلید حل مسئلۀ tonk خواهد بود. برای مشخص کردن ملزوماتی که مقصود بلنپ است دو مقدمه قابل‌طرح است.

۳ـ۱. مقدمۀ اول: قواعد ساختاری

استدلال زیر را در نظر بگیرید:

$$A_1, \ldots, A_n \vdash B$$

نتیجۀ B از مقدمات $A_1, \ldots, A_n$ به‌دست‌آمده است و صورت یک استنتاج را نشان می‌دهد. اگر این صورت واجد قواعد ساختاری تضعیف، جابجایی، انقباض و برش باشد آنگاه یک استدلال خواهد بود. گنتزن این قواعد را به‌عنوان قواعد ساختاری هر استدلالی مطرح کرده است [1, p.132] که با فقدان هرکدام از آن‌ها استنتاج به معنی کلاسیک تحقق نمی‌پذیرد. به‌عنوان‌مثال بنا بر قاعدۀ ساختاری تضعیف خواهیم داشت:

$$\text{If } \varphi \vdash \psi \quad \text{then } \varphi, \varphi^{*} \vdash \psi$$

بنابراین قاعده اضافه کردن یک مقدمۀ بی‌ربط تأثیری بر استنتاج ندارد. این قواعد جدا از قواعد عملگری است و بافتِ اصلی استنتاج را نشان می‌دهند. به‌عبارت‌دیگر "$\vdash$" اگر بخواهد به معنای استنتاج نتیجه از مقدمات باشد باید واجد این قواعد ساختاری باشد.

۳ـ۲. مقدمۀ دوم: مفهوم توسعه

افزایش یک ثابت منطقی به سیستم منجر به توسعۀ سیستم می‌شود. بلنپ ثابت منطقی

1. context of deducibility

مفروضی مانند plonk را مثال می‌زند و در خصوص افزایش این ثابت به سیستم می‌گوید: «ثابت منطقی plonk که توسط قواعد عملگری خاص خود تعریف می‌شود مفروض است. افزایش این ثابت منطقی به سیستم از دو جهت سبب توسعهٔ مشخصه‌های استنتاجی سیستم فرمال خواهد بود [1, p. 132]:

الف ـ توسعه در زبان سیستم: با اضافه شدن جملهٔ جدید A-plonk-B به مجموعه جملات زبان سیستم.

ب ـ اضافه شدن قواعد و یا اصول موضوعهٔ جدید که عملگر plonk را توصیف می‌کنند.»

سوزان هاک در کتاب *فلسفهٔ منطق* یک سیستم منطقی را توسعهٔ سیستم دیگر می‌داند هرگاه اولاً در فرهنگ اصطلاحات (زبان) با سیستم اول شریک باشد، به‌علاوه واجد واژگان زبانی بیشتری باشد، ثانیاً قضایای بیشتر و/ یا استنتاج‌های معتبری که ضرورتاً متضمن آن واژگان زبانی (جدید) است در این سیستم توسعه‌یافته وجود داشته باشد[4, p.175]. اما از نظر بلنپ صرف اضافه شدن چند قاعده سبب توسعهٔ یک سیستم منطقی نسبت به سیستم دیگر می‌شود.

منطق توسعه‌یافته واجد تمامی قضایای منطق مادون است و علاوه بر آن قضایای بیشتری نیز دارد البته منطق مادون نباید واجد قضایای خاص خود باشد به‌گونه‌ای که منطق مافوق واجد آن‌ها نباشد. از طرف دیگر ممکن است دو سیستم یکی توسعهٔ سیستم دیگری باشد، مثلاً شامل تمام قضایای سیستم مادون شود و قضایای بیشتری را نیز نسبت به آن داشته باشد اما همهٔ قواعد سیستم مادون در سیستم مافوق وجود نداشته باشند. به‌عنوان‌مثال در منطق موجهات نسبت دو سیستم D و T این‌گونه است، زیرا T توسعه‌ای از سیستم موجهاتی D است زیرا در T می‌توان همهٔ قضایای D را اثبات کرد و حتی خود D در سیستم T قابل‌اثبات است. اما در مورد قواعد چنین نیست، یعنی هر قاعده‌ای از D، قاعده‌ای از T که گسترشی از D است نخواهد بود. به‌عنوان‌مثال، قاعدهٔ زیر قاعده‌ای از D است اما نمی‌تواند قاعده از T باشد [7]:

اگر $\Diamond A$ قضیه‌ای از D باشد، A نیز قضیه‌ای از D است.

با توجه به این توضیحات، توسعهٔ یک سیستم نسبت به سیستم مادون وقتی مطرح خواهد بود که واجد قضایای بیشتری نسبت به آن باشد و صرف افزایش یک ثابت منطقی به معنای توسعه نیست. بنابراین آنچه بلنپ به‌عنوان توسعه سیستم منطقی گرفته است خالی از اشکال نیست اما با توجه به هدفی که از طرح مبحث توسعهٔ یک سیستم در مقالهٔ خود

دنبال می‌کند این اشکال قابل اغماض است و می‌توان مفهوم توسعه‌ای که موردنظر بلنپ است را مفهوم خاص بلنپ در این بحث لحاظ کرد. بنابراین تعریف نهایی توسعهٔ یک سیستم نسبت به سیستم دیگر را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

(تعریف) سیستم توسعه‌یافته: سیستم منطقی M^+ توسعه‌ای از M است، اگر و تنها اگر

$L \subset L^+$

$WFF_m \subset WFF_{M^+}$

$\vdash \subset \vdash^+$

L بیانگر واژگان زبانی M و L^+ بیانگر واژگان سیستم M^+ است و مقصود از WFF فرمول‌های خوش‌ساخت است. سومین شرط بیان‌کنندهٔ رابطهٔ میان قواعد استنتاجی دو سیستم است.

بلنپ با تکیه‌بر این مقدمات دو شرط پایستاری و یکتایی را برای معرفی ثوابت منطقی جدید لحاظ می‌کند. این دو شرط محدودیتی را برای ورود ثابت منطقی معیوب ایجاد می‌کند، به‌گونه‌ای که مانع ثوابتی از قبیل tonk خواهند شد. در این مقاله صرفاً به بررسی شرط پایستاری (که آن را شرط وجودی یک ثابت منطقی می‌خواند) می‌پردازیم.

۴. شرط پایستاری[1]

بلنپ شرطی را برای تعیین سازگاری ثابت منطقی اضافه‌شده به سیستم ارائه می‌دهد. شرط پایستاری معیاری است برای سنجش سازگاری قاعدهٔ عملگری با پیش‌فرض‌های سیستم (قواعد ساختاری و یا اصول موضوعه). یک سیستم منطقی قبل از اضافه شدنِ هرگونه قاعدهٔ عملگری واجد یک سری قواعد ساختاری (و یا اصول موضوعه) است.

وی ثابت منطقی جدید "plonk" را مفروض می‌گیرد که واجد قواعد عملگری است و به سیستمی اضافه‌شده که فاقد هرگونه قواعد عملگری و به‌تبع آن ثابت منطقی است. او شرط پایستاری را این‌گونه مطرح می‌کند:

اگر این توسعه منجر به گزاره‌های استنتاجی جدیدی شده است، همه این گزاره‌های جدید باید در آن‌ها ثابت plonk استفاده شود [1, p. 132].

با ارائهٔ مثال شرط پایستاری را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم و در نهایت تعریف دقیقی از پایستاری ارائه خواهیم داد. سیستم مفروض M واجد تمام ویژگی‌های ساختاری موردنظر بلنپ است، ثابت منطقی عطف را با قواعد معرفی و حذفش به این سیستم اضافه می‌کنیم. در صورتی این توسعه پایستار است که:

---

1. conservativeness

اضافه کردن این ثابت منطقی سبب ایجاد فرمول جدیدی که فاقد ثابت منطقی عطف است و قبلاً در این سیستم قابل‌اثبات نبوده است، نشود.

بصورت شهودی می توان به این نتیجه رسید که اضافه شدن عطف به سیستم مبنا منجر به توسعه‌ای غیر پایستار نخواهد شد.

۴ـ۱. پایستاری عطف

برای اثبات پایستاری ثابت منطقی عطف، باید نشان دهیم به ازای هر فرمولی مانند c که با کاربرد قواعد عملگری عطف بدست می‌آید (و فاقد نمادعطف است) بدون استفاده از این قواعد عملگری نیز قابل اثبات است. ابتدا این مسئله را در استنتاج طبیعی بررسی می‌کنیم که آیا هر آنچه با استفاده از قواعد عملگری قابل استنتاج است بدون استفاده از این قواعد نیز قابل حصول است. در قواعد عملگری گنتزن قواعد حذف بر اساس قواعد معرفی تعریف می‌شوند، به همین دلیل قاعدۀ حذف عطف از طریق قاعدۀ معرفی قابل حصول است، این روش مبتنی بر اصل وارونگی است:

تعریف اصل وارونگی[1]: [7, p.7]

هر آنچه از مقدمات استنتاج یک گزاره قابل حصول است، از خود آن گزاره که نتیجه استنتاج است نیز قابل حصول خواهد بود.

پراویتز در توضیح این اصل بیان می‌کند که قاعدۀ حذف، منطبق با عکس قاعدۀ معرفی است، به این معنا که با کاربرد قاعدۀ حذف پس از قاعدۀ معرفیِ یک عملگر منطقی، مقدماتی که قبل از کاربرد قاعده معرفی بوده است برمی‌گردد [8,p.33] . برای روشن شدن کاربرد این اصل فرض کنیم گزارۀ C نتیجه کاربرد قاعدۀ $\wedge E$ بر روی $A\wedge B$ است (قاعدۀ حذف عطف):

$$A \wedge B \;\; \wedge E$$
$$\therefore C$$

بنا بر اصل وارونگی شرایطی که منجر به استنتاج $A\wedge B$ از مقدمات مفروضی مانند Γ شده است، همچنین شامل استنتاج C از مقدمات Γ نیز خواهد شد:

$$\dfrac{\begin{array}{c}\Gamma \\ \vdots \\ A \wedge B\end{array}}{C}\wedge E \qquad \begin{array}{c}\Gamma \\ \vdots \\ C\end{array}$$

1. Inversion principle

اگر از مقدمات A،B مفروض، C قابل استنتاج باشد، در این صورت با کاربرد معرفی عطف بر وی A,B فرمول A∧Bقابل استنتاج است و با حذف عطف A∧B می‌توان C را نتیجه گرفت:

$$\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}\vdots & \vdots\\ A & B\end{matrix}}{A\wedge B}\wedge I \qquad \begin{matrix}[A,B]\\ \vdots\\ C\end{matrix}}{C}\wedge E$$

در این صورت می‌توان نتیجه گرفت که هر فرمولی که با استفاده از قاعدۀ عملگری عطف قابل استنتاج است بدون استفاده از این قاعده نیز قابل حصول است:

$$\begin{matrix}\vdots & \vdots\\ A & B\\ \vdots & \\ C & \end{matrix}$$

بلنپ بر این باور است که مشکل عملگر tonk ناپایستاری آن است. وقتی عملگر tonk به سیستم سازگاری افزوده شود، در این صورت برای هر A و B دلخواهی می‌توان نتیجه گرفت $A\vdash B$ ، به‌عبارت‌دیگر از مقدمات A هر نتیجه‌ای قابل حصول است:

A	مقدمه
A tonk B	I-*tonk* 1
∴B	

با توجه به‌پیش فرضی که دربارۀ ویژگی‌های استنتاج وجود دارد که در آن اجازه نمی‌دهد هر گزاره‌ای از هر گزاره دلخواهی استنتاج شود، افزایش عملگری مانند tonk به سیستم در تعارض و ناسازگار با این پیش‌فرض خواهد بود، درصورتی‌که شرط پایستاری با طرد ثوابتی مانند tonk که سبب تغییر در پیش‌فرض‌های استنتاجی می‌شود مانع بروز این تعارض و ناسازگاری می‌شود. پس می‌توان گفت پذیرش و یا عدم پذیرش یک عملگر منطقی کاملاً وابسته به‌پیش فرض‌های استنتاجی است که آن را بافت استنتاج می‌نامیم، به‌گونه‌ای که اگر در بافت استنتاجی"$A\vdash B$" مجاز باشد[1] در این صورت افزایش عملگرtonk سبب ناسازگاری نخواهد شد [1, p. 133].

تعریف (شرط پایستاری): سیستم منطقی L^+توسعه پایستاری از L خواهد بود اگر و تنها اگر L^+ توسعه‌ای از L باشد.

اگر $\Gamma\subseteq WFF_L$ و $A\in WFF_L$ ، در این صورت هرگاه استنتاج $\Gamma\vdash_{L^+} A$ برقرار باشد ، $\Gamma\vdash_L A$ نیز قابل استنتاج باشد [5, p. 34] .

۱. و یا بافت استنتاجی فاقد ویژگی ساختاری تعدی (برش) باشد.

۵. ارزیابی شرط پایستاری

تعریف بلنپ داری ابهام است. دو تفسیر از تعریف وی می‌توان ارائه داد که آن‌ها را به‌تبع استینبرگر[1] پایستاری ضعیف و پایستاری قوی می‌نامیم [10, p. 57]. با توجه به تعریف شرط پایستاری L^{+} توسعه‌ای از L است، اما مشخص نشده که سیستم L چه سیستمی است. بلنپ همان‌گونه که توضیح آن گذشت در تعریف شرط پایستاری سیستم L را سیستمی معرفی می‌کند که صرفاً واجد قواعد ساختاری است و در آن هنوز اثری از ثوابت منطقی و قواعد عملگری خاص آن‌ها نیست. این پایستاری را پایستاری ضعیف می‌نامیم.

در پایستاری ضعیف سیستم L صرفاً شامل قواعد ساختاری است به‌عبارت‌دیگر «سیستم مفروض واجد جملات‌استنتاج‌پذیر بااعتبار عام است که هیچ عملگر خاصی در آن‌ها استفاده نشده است» [1, p.132].

اما اگر ثابت معرفی‌شده جدید به‌عنوان توسعه‌ای از مجموع ثوابت منطقی قبلی و قواعد ساختاری لحاظ شود پایستاری قوی نامیده می‌شود. بنابراین مجموعه قواعد عملگری و قواعد ساختاری، مجموعاً سیستم مبنا خواهد بود. بنا بر پایستاری قوی معرفی ثوابت منطقی جدید نباید سبب توسعه غیر پایستار در این سیستم مبنا شود. پایستاری قوی با گرایش متأخرین به این مسئله بیشتر هماهنگ است [3, p.250].

تعریف بلنپ از پایستاری دارای ابهام است زیرا مشخص نیست کدام تفسیر از پایستاری را لحاظ کرده است. مثال‌هایی که وی در مقالات خود ارائه داده هم‌راستا با پایستاری ضعیف است اما برخی از توضیحات وی بیان‌کننده پایستاری قوی است. جدا از این ابهام به نظر می‌رسد هر دو تفسیر از پایستاری نیز با مشکلاتی همراه است.

تعریف بلنپ در صورتی‌که متناظر با پایستاری ضعیف فرض گرفته شود، توسعه یک سیستم به معنای اضافه شدن یک ثابت منطقی اولاً به اصطلاحات زبانی سیستم و ثانیاً اضافه شدن مجموعه قواعد عملگری توصیف‌کننده آن ثابت منطقی به مجموعه قواعد ساختاری سیستم است. دو نقص در خصوص پایستاری ضعیف را بررسی می‌کنیم. اول اینکه ثابت منطقی ممکن است دارای شرط پایستاری ضعیف باشد اما شرط پایستاری قوی را تأمین نکند. دوم اینکه ممکن است دو ثابت منطقی هر دو ویژگی پایستاری ضعیف را دارا باشند اما بااین‌حال زمانی که هر دو به یک سیستم مبنا اضافه شود سبب ناسازگاری شوند. در مثال شماره یک نمونه‌ای از ثابت منطقی ارائه می‌شود که دارای پایستاری ضعیف است اما فاقد معیار پایستاری قوی است:

---

1. Florian Steinberger

مثال (۱): منطق مرتبه اول K^+ مفروض است درحالی‌که "~" از واژگان منطق کلاسیک حذف‌شده است همچنین سیستم فاقد قواعد مربوط به آن است. منطق کلاسیک K^+ واجد قواعد ساختاری و قواعد حذف و معرفی ثوابت ∧،∨و ⊃ است. اکنون اگر به K^+ ، "~" به‌عنوان واژگان جدید و قواعد عملگری مربوط به آن اضافه شود سیستم توسعه‌یافته K حاصل می‌شود. اما چنین توسعه‌ای پایستار است یا خیر؟

زبان سیستم K^+:

P,Q, … بیانگر جمله نشانه‌ها

نمادهای منطقی ∨ ،∧ ، ⊃، و ()

قواعد سیستم K^+:

شامل اصل موضوع این‌همانی و قواعد ساختاری که توسط بلنپ به آن اشاره‌شده است.

قواعد عملگری مربوط به ثوابت منطقی ∨ ،∧ ، ⊃

اگر به اصطلاحات زبان سیستم مورد نظر "~" و به مجموعه قواعد آن قواعد عملگری ~ اضافه شود در این صورت این افزایش دارای ویژگی پایستاری قوی نیست زیرا با این افزایش قانون پیرس که صرفاً واجد اصطلاحات زبانی K^+ است، قابل اثبات خواهد بود:

$$((A\supset B)\supset A)\supset A$$

در این صورت با توجه به معنای پایستاری قوی k توسعه پایستاری از K^+ نخواهد بود[1].

این مشکل برای پایستاری ضعیف وجود نخواهد داشت زیرا در پایستاری ضعیف هر ثابت منطقی جدا از دیگر ثوابت منطقی فقط با قواعد ساختاری سیستم سنجیده می‌شود. بلنپ خود نیز "~" را به‌عنوان یک ثابت منطقی که سازگار با قواعد ساختاری است پذیرفته است و اصولاً "~" واجد شرط پایستاری ضعیف است. (این مسئله خود نیاز به برهان دارد که در اینجا به آن نمی‌پردازیم)

در مثال شماره (۲) دو ثابت منطقی هر دو ویژگی پایستاری ضعیف را دارا هستند اما بااین‌حال زمانی که هر دو به سیستم مبنا اضافه می‌شود سبب ناسازگاری خواهند شد:

مثال (۲): سیستم K با ویژگی‌هایی که در مثال قبل مطرح شد مفروض است. ثابت منطقی Π صرفاً دارای قواعد عملگری زیر است را در نظرگیرید:

$$p \vdash p \,\Pi\, q$$
$$p \,\Pi\, q \vdash p$$

۱. دلیل این امر این است که همه رشته‌های مثبت را نمی‌توان با قواعد مثبت به دست آورد بلکه برخی از قواعد مثبت با توسل به قواعد عملگری نقض قابل حصول است.

این ثابت منطقی از هر گزاره دلخواهی مانند P ، $p\Pi q$ را نتیجه می‌دهد و با حذف Π می‌توان از $p\Pi q$ به گزاره P رسید (ثابت منطقی قابلیت جابجایی ندارد یعنی:

$p\Pi q \neq q\Pi p$

با هر دو رویکرد به پایستاری یعنی پایستاری قوی و پایستاری ضعیف به‌راحتی می‌توان شرط پایستاری این افزایش را اثبات کرد. شهودا می‌توان پذیرفت که این افزایش به هر دو معنای مطرح‌شده پایستار است. زیرا اولاً با استفاده از قاعدهٔ معرفی Π ، فرمول‌هایی حاصل می‌شود که در ترکیب آن‌ها ثابت Π به‌کاررفته است. پس قاعدهٔ عملگری معرفی سبب توسعه غیر پایستاری در سیستم نخواهد بود، زیرا هیچ فرمول جدیدی با اصطلاحات زبان سیستم K در کاربرد معرفی Π ایجاد نمی‌شود، مگر اینکه واجد ثابت منطقیΠ باشد.

ثانیاً قاعدهٔ عملگری حذف نیز صرفاً بر فرمول‌هایی عمل می‌کند که واجد Π باشند و کاربرد پی‌درپی معرفی و عطف Π عملاً هیچ تغییری در فرمول و مجموعه قضایای سیستم ایجاد نخواهد کرد. هر فرمولی که با استفاده از قواعد عملگری Π قابل استنتاج است بدون استفاده از این قواعد نیز قابل حصول است زیرا:

$$\begin{array}{ll} p & \\ \vdots & I\Pi \\ p\,\Pi\,q & \\ \vdots & E\Pi \\ p & \end{array}$$

البته اثبات پایستاری نیاز به برهان جداگانه‌ای دارد که با توجه به توضیحات بالا نیازی به بیان این استدلال نیست و می‌توان آن را پذیرفت که اضافه شدن این ثابت نقض‌کننده پایستاری (به هر دو معنی) نخواهد بود.

بنابراین اگر $\Gamma \subseteq WFF_k$ و $A \in WFF_k$، در این صورت هرگاه استنتاج $\Gamma \vdash_k^{\Pi} A$ برقرار باشد(K^{Π}سیستمی است که واجد قواعد عملگری Π است)، $\Gamma \vdash_K A$ نیز قابل استنتاج است.

ثابت منطقی دیگری مانند Σ را به سیستم K^{Π} اضافه می‌کنیم سیستم جدید را $K^{\Pi\Sigma}$ می‌نامیم. این ثابت منطقی را با قواعد عملگری زیر توصیف می‌کنیم:

$P\,\Pi q \vdash p\Sigma q \quad I\Sigma$

$p\Sigma q \vdash q \quad E\Sigma$

بنا بر تفسیر ضعیف از پایستاری این افزایش پایستار است زیرا بنابه تعریف پایستاری خواهیم داشت: افزایش Σ صرفاً به قواعد ساختاری k مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در این صورت:

اگر $\Gamma \subseteq WFF_k$ و $A\in WFF_k$ ، در این صورت هرگاه استنتاج $\Gamma \vdash_{\Sigma} A$ برقرار باشد، $\Gamma \vdash_{k} A$ نیز قابل استنتاج است زیرا اولاً بنا بر قاعدهٔ معرفی $I\Sigma$ این قاعدهٔ صرفاً بر روی فرمول‌هایی کار می‌کند که در آن‌ها عملگر Π استفاده‌شده باشد و بنا به فرض چون Σ با قواعد ساختاری سیستم K مقایسه می‌شود (شرط پایستاری ضعیف، هنگامی‌که به قواعد ساختاری سیستم K افزوده شود مورد ارزیابی قرار می‌گیرد) در واژگان زبانی آن اصولاً فرمول‌هایی که در آن‌ها ثابتΠ استفاده‌شده باشد وجود ندارد. ثانیاً با توجه به اینکه این افزایش با سیستم مبنا که صرفاً واجد قواعد ساختاری است استفاده می‌شود، عملاً قاعدهٔ عملگری حذف این ثابت منطقی نیز اصلاً قابل‌اعمال در چنین سیستمی نیست زیرا چون هیچ قاعدهٔ معرفی $I\Sigma$ در این سیستم قابل پیاده‌سازی نیست فرمول‌هایی با ساخت $p\Sigma q$ نیز نخواهیم داشت تا بتوان قاعدهٔ $E\Sigma$ را روی این فرمول‌ها پیاده کرد. بنابراین با توجه به‌شرط پایستاری ضعیف اضافه شدن ثابت منطقیΣ سبب توسعه غیر پایستاری نخواهد شد.

اما هرگاه هر دو عملگرΣ وΠ باهم به سیستم اضافه شوند بااینکه شرط پایستاری ضعیف رادارند اما سبب ناسازگار شدن سیستم می‌شوند زیرا با اضافه کردن Σ به سیستم $K^{\Pi\Sigma}$ یعنی سیستمی که واجد قواعد عملگری زیر است :

$p \vdash p\,\Pi\,q$

$p\,\Pi\,q \vdash p$

منجر به اثبات قضیه($p \vdash q$) خواهد شد:

$$\dfrac{\begin{array}{ll} p \vdash p \sqcap q & \sqcap I \\ p \sqcap q \vdash p\Sigma q & \Sigma I \\ p\Sigma q \vdash q & \Sigma E \end{array}}{p \vdash q}\ cut$$

البته ممکن است نسبت به ثابت منطقی Σ این اشکال گرفته شود که در قاعدهٔ معرفی آن[1] ($I\Sigma$) از ثابت منطقیΠ استفاده‌شده است و نوعی ثوابت منطقی Σ و Π در یکدیگر تداخل کرده‌اند. در پاسخ باید گفت آنچه در این مثال‌ها مهم بوده معرفی ثابت منطقی است که عملگرهای توصیف‌کننده آن شرط پایستار ضعیف را دارا باشند. در این مورد نیز با این‌وجود شرط پایستاری ضعیف را دارا هستند گرچه شرط تفکیک‌پذیری ثوابت منطقی (separability) را واجد نیست. حداقل می‌توان این نقد را بر پایستاری

1. $P\,\Pi\,q \vdash p\Sigma q \quad I\Sigma$

ضعیف وارد کرد که آن شرط لازم و کافی برای سازگاری ثوابت منطقی جدید نیست بلکه صرفاً شرطی لازم خواهد بود و در کنار آن باید شرایط دیگری نیز ذکر شود مانند شرط تفکیک‌پذیری. روشن است که این مثال صرفاً برای پایستاری به معنای ضعیف مشکل‌ساز است زیرا ثابت منطقی Σ فاقد شرط پایستاری به معنای قوی است.

در جمع‌بندی اشکالات پایستاری ضعیف باید گفت:

۱ـ پایستاری ضعیف فاقد جامعیت است و سبب می‌شود عملگرهای سالم از حوزه بحث خارج شوند. زیرا با توجه به مثال شماره (یک) بنا بر تفسیر قوی از پایستاری لازم می‌آید ثابت منطقی مانند "~" غیر پایستار تلقی شود و افزایش آن به سیستم ناسازگار باشد که نتیجه‌ای نادرست است[۱].

۲ـ پایستاری ضعیف کفایت لازم را حفظ سازگاری سیستم ندارد. زیرا آن‌گونه که در مثال (۲) مطرح شد این تفسیر اجازه ورود عملگرها ناسازگار را به حوزه تعریف می‌دهد و سبب می‌شود سیستم به ناسازگاری کشیده شود. به‌عبارت‌دیگر ثوابت منطقی باید علاوه بر شرط پایستاری ضعیف واجد شرایط دیگری نیز باشند.

علاوه بر اشکالاتی که مختص به پایستاری ضعیف است، هر دو تفسیر پایستاری با نقص اساسی دیگر مواجه است: عدم کارایی شرط پایستاری برای سیستمِ پایه معیوب. اگر سیستم پایه معیوب باشد ممکن است ثوابت منطقی شهودا معتبر، با اضافه شدن به چنین سیستمی توسعه غیر پایستاری را سبب شوند. علت عدم پایستاری نه خود قواعد بلکه معیوب بودن سیستم پایه است.

نامعقول بودن سیستم پایه نه‌تنها سبب خواهد شد قواعد عملگری شهودا درست، غیر پایستار جلوه کند حتی می‌تواند خود شرط پایستاری را به شرطی فاقد اثر و خنثی تبدیل کند. برای نمونه می‌توان سیستم پایه‌ای را در نظر گرفت که فاقد شرط سازگاری است. ناسازگار بودن سیستم به این معنی است که در چنین سیستمی هم P و هم P~قابل اثبات خواهد بود. این سیستم مفروض را N می‌نامیم، سیستم N واجد زبان منطق گزاره‌ها به همراه قواعد استنتاجی و قواعد ساختاری گنتزنی است، فرض کنیم علاوه بر این قواعد واجد قاعدهٔ عملگری دیگری است که سبب ایجاد این ناسازگاری شده است. (یا دارای اصل موضوعه $\vdash p \wedge \sim p$ باشد) در این سیستم باوجوداین ویژگی‌ها هر قضیه‌ای قابل‌اثبات است و نمی‌توان قضیه‌ای را یافت که در این سیستم قابل‌اثبات نباشد.

۱. زیرا هم بلنپ خود این عملگر را در آثار خود پذیرفته است و هم سازگاری منطق کلاسیک باوجوداین عملگر اثبات شده است.

اگر به سیستم پایه N هر ثابت منطقی مفروضی اضافه شود واجد شرط پایستاری خواهد بود حتی عملگر tonk پرایور! زیرا با توجه به‌شرط پایستاری هر قضیه‌ای با اصطلاحات زبانی Nکه در N' (توسعه سیستم N) قابل‌اثبات باشد در سیستم N به علت معیوب بودن آن قابل‌اثبات است. بنابراین هر عملگری که به این سیستم اضافه شود واجد شرط پایستاری خواهد بود این امر بیانگر این نکته است که عملاً شرط پایستاری در این مثال کارایی خود را ازدست‌داده است و به یک شرط بی‌اثر تبدیل‌شده است.

بنابراین شرط پایستاری نمی‌تواند ملاک قابل اعتمادی در این موارد به حساب آید مگر اینکه قید دیگری به همراه شرط پایستاری اضافه شود که بتواند این نقص مطرح‌شده را برطرف کند. این قید باید سیستم پایه را محدود به سیستم‌هایی کند که خودشان معیوب نیستند به‌عبارت‌دیگر سیستم پایه باید سیستم معقولی (reasonable) باشد. قید معقولیت سیستم پایه، قید مبهمی است و باید به‌طور صریحی ویژگی معقولیت توضیح داده شود در غیر این صورت اضافه کردن این قید برای حل مسئله نمی‌تواند راه‌حل مناسبی باشد جز اینکه خود این راه حل سبب ابهام بیشتر شرط پایستاری خواهد شد. بلنپ به چنین شرطی اشاره نکرده است اما می‌توان با توجه به ساختار مقاله وی که در آن ابتدا سیستم پایه به نحو دقیقی با بازشناسی قواعد ساختاری معین‌شده، حدس زد که وی نیز معقولیت سیستم پایه را مفروض گرفته است. اما هنوز مسئلهٔ معقولیت، نیازمند توصیف و تعریف دقیقی است که به آن پرداخته نشده است.

نتیجه

در رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداریِ ثوابت منطقی، معنای ثوابت بر اساس قواعد عملگری (معرفی و حذف) حاصل می‌شود. البته هر قاعدهٔ عملگری دلخواهی را نمی‌توان به‌عنوان ارائه‌دهنده توصیف یا معنای ثوابت منطقی در نظر گرفت زیرا با توجه به ویژگی‌های ساختاری استنتاج، ثابت منطقی نباید در تعارض و ناسازگار با این پیش‌فرض‌ها باشد.

بلنپ شرطی را برای تعیین سازگاری ثابت منطقی اضافه‌شده به سیستم ارائه می‌دهد و آن را «شرط پایستاری» می‌نامد. این شرط معیاری خواهد بود برای سنجش سازگاری قواعدِ عملگری با پیش‌فرض‌های سیستم (قواعد ساختاری و یا اصول موضوعه).

در ارزیابی این شرط اولاً مشخص شد تعریف بلنپ داری ابهام است و دو تفسیر از پایستاری می‌توان ارائه داد که عبارت‌اند از پایستاری ضعیف و پایستاری قوی. ثانیاً

هرکدام از این تفسیرها با مشکلاتی همراه هستند. تفسیر قوی از پایستاری فاقد جامعیت است و سبب می‌شود عملگرهای سالم از حوزه بحث خارج شوند. اما شرط پایستاری ضعیف را می‌توان شرط لازم قواعد عملگری دانست اما کافی نیست و شرایط دیگری برای حفظ سازگاری سیستم نیاز است. همچنین در صورتی پایستاری به هر دو معنی می‌تواند به‌عنوان معیاری برای ثوابت منطقی لحاظ شود که سیستم مبنایی ـ سیستمی که ثابت منطقی می‌خواهد به آن اضافه شود ـ معیوب و ناسازگار نباشد. زیرا اگر سیستم مبنایی سیستم معیوبی باشد شرط پایستاری به‌درستی عمل نخواهد کرد.

منابع

[1]. Belnap, N. D. (1962, Jun). «Tonk, Plonk and Plink». *Analysis, 22(6)*, 130-134.

[2]. Cook, R. T. (2005). «What’s wrong with tonk(?)». *Journal of Philosophical Logic, 34*, 217-226.

[3]. Dummett, M. (1991). *The logical basis of metaphysics* (Vol. 5). Harvard university press.

[4]. Haack, S. (1978). *logics, Philosophy of.* Cambridge University Press.

[5]. Hjortland, O. T. (2010). *The structure of logical consequence : Proof theoretic conception(A Thesis Submitted for the Degree of PhD).* University of St. Andrews.

[6]. Hughes, G. E. (1996). *A new introduction to modal logic.* Psychology Press.

[7]. Negri, S., & Plato, J. V. (2008). *Structural proof theory.* Cambridge university press.

[8]. Prawitz, D. (1965). *Natural Deduction: A Proof-Theoretical Study.* Stockholm: Almqvist &Wicksell.

[9]. Prior, A. N. (1960). «The runabout inference-ticket». *ANALYSIS, 21(2)*, 38-39.

[10]. Steinberger, F. (2009). «*Harmony and Logical Inferentialism*». (Doctoral dissertation, PhD thesis, University of Cambridge, Cambridge).

[11]. Stevenson, J. T. (1961). «Roundabout the runabout inference-ticket». *Analysis, Vol. 21, No. 6*, 124-128.

[12]. Wagner, S. (1981). «Tonk». *Notre Dame Journal of Formal Logic, 22(4)*, 289-300.