

Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Philosophy of Mathematics

Morteza Motavalli¹ 

1. PhD, Department of Islamic Philosophy and Theology, Faculty of Theology and Islamic Studies, University of Tehran, Tehran, Iran. Email: motavalimorteza@ut.ac.ir

Abstract

The philosophy of mathematics in the Islamic intellectual tradition is both rich and sophisticated. Like his predecessor Avicenna, who engaged extensively with central problems in the philosophy of mathematics, Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī addressed many of these issues and introduced new ones of his own. The aim of this article is to substantiate this claim. Employing an analytical approach, it argues that Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, in the full sense of the term, developed a distinct philosophy of mathematics. Al-Ṭūsī's principal contributions to the ontology of mathematics are twofold. First, he refuted arguments for finitism—specifically the arguments from collimation and mapping. Second, he analyzed the properties of infinity, arguing that the infinite admits of comparison in terms of “less” and “more.” His contributions to the epistemology of mathematics are likewise significant. First, unlike Avicenna but in line with Ibn al-Haytham, he defended a form of empiricism with respect to mathematical propositions, just as he had defended empiricism regarding mathematical concepts, albeit within an Avicennian framework. Second, he raised the problem of mathematical truth: how mathematical propositions can be true despite being composed of secondary intelligibles that lack external instantiation, while remaining universal, veridical, and applicable to both actualized and non-actualized individuals. In response, al-Ṭūsī proposed an alternative account of truth and advanced his innovative theory of *nafs al-amr*.

Keywords: Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, philosophy of mathematics, ontology of mathematics, epistemology of mathematics, infinity.

Introduction

According to Roshdi Rashed, the philosophy of mathematics in the Islamic world—at least during its classical period—is remarkably rich. As Zarepour has rightly observed, many of the central issues in the philosophy of mathematics were addressed within the Islamic intellectual tradition, albeit in a dispersed and non-systematic manner. Among the figures who engaged most extensively with these issues is Avicenna, that towering polymath, who offered detailed discussions of many foundational problems in the philosophy of mathematics. Given that Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī was, on the one hand, a committed Avicennian philosopher, on the other, an accomplished mathematician, and, in addition, a polymath in the fullest sense of the term, it is reasonable to conjecture that—like his predecessor—he developed original insights into the philosophy of mathematics. This article is guided by precisely this conjecture. Drawing on Zarepour's entry, “Arabic and Islamic Philosophy of Mathematics,” in the *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, the present study proceeds along two principal lines of inquiry: the ontology of mathematics and the epistemology of mathematics.

Research Findings

1. Unlike Avicenna, who analyzed what mathematical objects are not and, by rejecting Platonism, considered them not to be self-subsistent forms, Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī does not engage in this kind of negative ontological argumentation. Although he also denies Platonic forms, he neither critiques the arguments for them nor presents counterarguments, as Avicenna does.



University of Tehran

2. From Ṭūsī's perspective, mathematical objects exist externally in the physical world but, in the mind, they can exist independently of matter in an abstract form. He maintains that the subject matter of mathematics lies between metaphysics and physics for two reasons. First, mathematical objects are accessible both to reason and to sense, whereas physical objects are understood primarily by sense, and metaphysical entities primarily by reason. Second, mathematics applies to both corruptible and incorruptible entities, whereas physics is concerned only with corruptible things and metaphysics only with some incorruptible entities. Another noteworthy point, discussed in the Redaction of the *Almagest*, is the certainty of mathematics; mathematical certainty, Ṭūsī argues, surpasses that of both metaphysics and physics.

3. In the Redaction of Euclid's *Elements*, Ṭūsī identifies the subject matter of mathematics as encompassing both continuous and discrete quantities, considered in terms of the relational properties of their individual elements. This characterization contains several important implications. First, continuous and discrete quantities are mathematical objects only insofar as their elements are related to one another. Second, the subject matter of mathematics exists in the external world, as only then can its elements enter into relations and be capable of increase and decrease. Third, contrary to earlier thinkers, the subject matter of geometry is not limited to continuous quantities but includes discrete quantities as well, reflecting Ṭūsī's analytical approach to geometry. This perspective is consistent with the work of scholars like Khayyām, who employed algebraic equations in geometric contexts prior to Ṭūsī in the Islamic tradition.

4. The problem of infinity in the Islamic tradition is usually discussed in connection with the finitude of dimensions in physics. Two motivations underlie this discussion: a physical motivation, concerned with the sphere's limiting directions, and a metaphysical motivation, concerning the impossibility of separating form from matter. The latter perspective rejects atomism and claims of indivisible parts, viewing corporeal bodies as continuous, componentless composites of matter and form. Within this framework, mathematical continuity naturally arises alongside the theory of matter and form.

5. Ṭūsī, however, appears to reject the finitude of dimensions, finding the usual proofs defective. In line with this view, he denies the hyle in some works, while simultaneously rejecting atomism. Notably, he also innovates by affirming that infinity admits degrees of "less" and "more."

6. Ṭūsī is an empiricist regarding mathematical concepts—and, more broadly, all concepts. According to Zarepour, Ṭūsī provides an answer similar to Avicenna's regarding the status of evident propositions in demonstrative sciences, particularly mathematics, and the cognitive process by which we assent to them. Avicenna holds that the principles of mathematics are primary data (*'awwalīyāt*) or innate, self-evident truths (*fiṭrīyāt*), to which the intellect assents naturally, without recourse to sensory experience. While Zarepour's description of Avicenna is accurate, it does not fully apply to Ṭūsī. He treats the principles of demonstrative sciences as primary data but emphasizes the role of experience (*mujarrabāt*) in their cognition. For Ṭūsī, assent to these principles is grounded in repeated sensory experience rather than innate intellectual recognition.

7. Finally, Ṭūsī addresses the problem of truth: how can propositions composed of secondary intelligibles, which lack tangible existence in the external world, correspond to reality? Moreover, how can mathematical propositions—which are universal, veridical, and encompass both actualized and non-actualized individuals—be true when correspondence traditionally requires two existing, actualized things? To address this

problem, Tūsī offers an alternative definition of truth and introduces his innovative theory of nafs al-'amr ("the thing itself"). He locates the "thing itself" in the active intellect, thus establishing that mathematical propositions are true because they correspond to what is imaginalized in the active intellect.

Conclusion

By examining Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's philosophy of mathematics, this paper demonstrates once again that philosophical questions and ideas concerning mathematics have been actively explored within the Islamic intellectual tradition. It also highlights the historical interaction between different fields of knowledge and shows how such interdisciplinary engagement has contributed to the advancement of the sciences.

Cite this article: Motavalli, M. (2026). Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Philosophy of Mathematics. *Philosophy and Kalam*, 58 (2), 443-465. (in Persian)

Publisher: University of Tehran Press.
Authors retain the copyright and full publishing rights.
DOI: <https://doi.org/10.22059/jftp.2025.403728.523651>



Article Type: Research Paper
Received: 5-Oct-2025
Received in revised form: 14-Oct-2025
Accepted: 12-Nov-2025
Published online: 2-Feb-2026

فلسفه ریاضیات نصیرالدین طوسی

مرتضی متولی^۱

۱. دانش‌آموخته دکترا، گروه فلسفه و کلام اسلامی، دانشکده الهیات و معارف اسلامی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

رایانامه: motavalimorteza@ut.ac.ir

چکیده

فلسفه ریاضیات در سنت اسلامی بسیار غنی است. همچون سلف خود ابن‌سینا، که به بیشتر مسائل فلسفه ریاضیات پرداخته است، نصیرالدین طوسی با برخی از این مسائل درگیر بوده است و حتی مسائل نویی را پیش کشیده است. هدف من در این مقاله اثبات همین مدعا است. با رویکرد تحلیلی نشان می‌دهم که نصیرالدین طوسی، به معنای واقعی کلمه، فلسفه ریاضیات دارد. مساهمت‌های عمده او در وجودشناسی ریاضیات دو چیز است. نخستین رد استدلال‌های بر تناهی‌گروی، یعنی دو برهان عمده مسامته و تطبیق، می‌باشد. و دومین سخن از ویژگی‌های بی‌نهایت است، از جمله اینکه اقل و اکثر در آن متصور می‌شود. و مساهمت‌های اصلی او در معرفت‌شناسی ریاضیات دو امر زیر است. نخست، او، برخلاف ابن‌سینا و به‌سان ابن‌هیثم، از تجربه‌گرایی در باب تصدیقات دفاع می‌کند درست همانگونه که از تجربه‌گرایی در باب مفاهیم پشتیبانی می‌کند، در اینجا البته همسو با ابن‌سینا. دوم، او پرسش از صدق را پیش می‌کشد و از این جویا می‌شود که گزاره‌های ریاضیاتی چگونه صادق‌اند درحالی‌که از معقولات ثانیه ساخته شده‌اند که در جهان خارج چیز دست‌پرکنی نیستند و درحالی‌که کلی و حقیقه‌اند و تمام افراد محقق و مقدر را دربرمی‌گیرند. در پاسخ به این پرسش او هم تعریف دیگری از صدق را پیش می‌نهد هم نظریه مبتکرانه نفس‌الأمر را مطرح می‌کند.

کلیدواژه‌ها: نصیرالدین طوسی، فلسفه ریاضیات، وجودشناسی ریاضیات، معرفت‌شناسی ریاضیات، بی‌نهایت.

استناد: متولی، مرتضی (۱۴۰۴). فلسفه ریاضیات نصیرالدین طوسی. فلسفه و کلام اسلامی، ۵۸ (۲)، ۴۴۳-۴۶۵.

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

دریافت: ۱۳۹۴/۰۷/۱۳

بازنگری: ۱۳۹۴/۰۷/۲۲

پذیرش: ۱۳۹۴/۰۸/۲۱

انتشار: ۱۳۹۴/۱۱/۱۳

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

حق چاپ و حقوق نشر برای نویسندگان محفوظ است.

DOI: <https://doi.org/10.22059/jtp.2025.403728.523651>



مقدمه

تحولات سترگ در دانش‌ها را عواملی گوناگون سبب گشته‌اند. یکی از این عوامل دیدگاه‌های متفاوت در مسائل بنیادی، یعنی فلسفه دانش‌ها، است. تحولات ریاضیات و دیگر دانش‌ها و فناوری گاهی ریشه در دیدگاه‌های نو در مسائل بنیادی، از جمله مسائل فلسفه ریاضیات، دارد. از بهر نمونه می‌گوییم که فهم متفاوتی که کورت گودل از اعداد داشت و آنها را صورت جامعی می‌دانست که می‌توانست هر نوع الگو را در خود جای دهد سبب تحول علوم کامپیوتر و هوش مصنوعی گشت. توضیح اینکه کامپیوترها صرف ماشین محاسبه بودند که با عملکرد دستورالعمل‌هایی نتایجی را در پی داشتند. اما با این فهم متفاوت گودل از اعداد دیگر می‌توان هر نوع الگویی چون تصویرپردازی، گزینش زیبایی‌شناختی، حدس و گمان، قیاس، و غیر اینها را در کامپیوتر تعبیه کرد. (Nagel & Newman, 2001: xv-xx)

به گفته رشدی راشد، فلسفه ریاضیات در جهان اسلام، دست‌کم در دوران کلاسیک آن، بسیار غنی است. (Rashed, 1999) همان‌طور که زارع‌پور به‌درستی می‌گوید در سنت اسلامی به بسیاری از مسائل مطرح در فلسفه ریاضیات، هرچند به صورت پراکنده، پرداخته شده‌است. (Zarepour, 2022) گاهی ریاضی‌دانان آشنا با فلسفه از مفاهیم فلسفی برای حل مسائل ریاضیاتی بهره می‌بردند و گاهی فیلسوفان آشنا با ریاضیات از آن برای حل مسائل فلسفی سود می‌جستند. نمونه اول در بررسی وضعیت تعارض آمیز مجانب [= هذلولی] است و نمونه دوم در چگونگی صدور موجودات از خداوند. گاهی تحولات ریاضی و تنوع رشته‌های جدید آن اندیشمندان را به فکر یک وجودشناسی جدید انداخته‌است تا علوم متعدد ریاضی را در رشته‌ای واحد جمع آورد. (معصومی‌همدانی، ۱۴۰۰: ۲۸-۳۰؛ Rashed, 1999) در این میان ابن‌سینا، آن نابغه دانش، با تفصیل بسیار از بیشتر مسائل فلسفه ریاضی سخن گفته‌است. از آنجا که نصیرالدین طوسی از طرفی یک مشاء سینیوی است و از طرف دیگر یک ریاضی‌دان برجسته‌است و از طرف سوم یک بحرالعلوم به معنای واقعی آن است، حدس اینکه او نیز همچون شیخ خود نظرورزی‌های نوبی در فلسفه ریاضیات داشته باشد بی‌بنیان نیست. من در این مقاله همین حدس را دنبال می‌کنم. طبیعتاً باید در این سودا آثار ریاضیاتی و فلسفی، شامل طبیعیات و الهیات، او را بررسی نمایم و با تحلیل مفهومی، گزاره‌ای، و سیستمی فلسفه ریاضیات او را برهیزم [= بیرون کشم]. این پژوهش نشان می‌دهد که طوسی دست‌کم در برخی از این مسائل تأملاتی داشته و مینوهای را به میان آورده‌است.

پیشینه پژوهش

پیش از این زارع‌پور به‌طور گسترده به فلسفه ریاضیات در سنت اسلامی، به‌ویژه ابن‌سینا، پرداخته‌است. نخست در مقاله «سرشت اشیاء ریاضیاتی نزد ابن‌سینا» حقیقت‌گروی، قوه‌گروی، و تناه‌گروی

ابن سینا را نشان می‌دهد. (2016) سپس از رساله دکتری‌اش با عنوان «فلسفه ریاضیات ابن سینا» دفاع می‌کند. (2019a) در رساله خود، نخست موضع انکاری ابن سینا نسبت به افلاطون‌گرایی را نشان می‌دهد. مقاله او با عنوان «ابن سینا در برابر افلاطون‌گرایی ریاضیاتی» محتوای همین بخش را ارائه کرده‌است. (2019b) سپس از اینکه ابن سینا اشیاء ریاضیاتی را چه می‌داند بحث می‌کند. ایده اصلی در این بخش همان ایده نخستین مقاله او است. در فصل سوم از بی‌نهایت ریاضیاتی سخن می‌گوید. آنچه در مقاله «بی‌نهایت ریاضیاتی نزد ابن سینا» می‌بینیم اندیشه همان فصل را به پیش دید گذاشته‌است. (2020b) در نهایت، در فصل چهارم از معرفت‌شناسی ریاضیات ابن سینا سخن می‌راند و دو مسئله به‌چنگ‌آوری مفاهیم ریاضیاتی و ساخت گزاره‌های ریاضیاتی و تصدیق بدانها را مطرح می‌کند و دو مینوی تجربه‌گرایی در پیوند با مفهوم و عقل‌گرایی در پیوند با حکم را به میان می‌آورد. دو مقاله «مفهوم فطریات نزد ابن سینا: یادداشتی بر تفسیر دیمتری گوتاس» و «معرفت پیشینی غیرفطری نزد ابن سینا» پیوندهایی با بخش دوم فصل چهارم دارند و زارع‌پور در آنها تفسیر گوتاس از ابن سینا مبنی بر اینکه او یک تجربه‌گرای تمام‌عیار است را به چالش می‌کشد و او را یک عقل‌گرو، در مقابل تجربه‌گرو به معنای امروزی آن، می‌داند و فطریات او را از مبادی ترکیبی پیشینی می‌شمارد. (2020a; 2020c) مقاله «به‌چنگ‌آوردن مفاهیم ریاضیاتی نزد ابن سینا» درواقع همان بخش اول فصل چهارم را عرضه داشته‌است. (2021) در ادامه در مدخل دایرةالمعارف فلسفه استنفورد همه این مینوها را گرد می‌آورد و مسئله پیوستگی، کشف و استدلال ریاضیاتی، و کاربردپذیری ریاضیات را هم در کنار برخی نکات خرد به آن می‌افزاید. (2022) در نهایت در کتاب تناهی‌گرایی قرون وسطی از دو استدلال قرون وسطایی برابری و تطبیق برای ناممکن بودن بی‌نهایت و نقش آنها در شکل‌گیری مفهوم بی‌نهایت‌های با اندازه‌های مختلف به بحث می‌نشیند. در همین اثر است که او کوتاه به موضع طوسی در مسئله بی‌نهایت در کتاب مصراع‌المصارع اشاره می‌کند. (2024)

من بررسی خود را مطابق پژوهش زارع‌پور در مدخل «فلسفه ریاضیات عربی و اسلامی» دایرةالمعارف فلسفه استنفورد دنبال خواهم کرد. به این ترتیب، در دو بخش کار خود را پی خواهم گرفت: وجودشناسی ریاضیات و معرفت‌شناسی ریاضیات. در بخش اول، زارع‌پور به وجودشناسی ریاضیات می‌پردازد و چهار مسئله بی‌آیند را برمی‌رسد: اینکه اشیاء ریاضیاتی چه هستند، بی‌نهایت، و پیوستگی. در بخش دوم، او به معرفت‌شناسی ریاضیات می‌پردازد و از مسائل چهارگانه زیر کاوش می‌کند: فرآیند به‌چنگ‌آوردن مفاهیم ریاضیاتی، وضعیت معرفتی مبادی ریاضیات، استدلال ریاضیاتی و کشف ریاضیاتی، کاربردپذیری و اعتمادپذیری ریاضیات. اما چنانکه خواهیم دید به برخی از این مسائل در آثار طوسی کمتر پرداخته شده‌است، به برخی هیچ توجهی نشده‌است، و در برخی هم تنها به گفته‌های ابن سینا بسنده شده‌است. در عوض، مسائل بنیادی دیگری به میان می‌آید که در ابن سینا محل بحث نبوده‌است.

۱. وجودشناسی ریاضیات

۱-۱. آنچه اشیاء ریاضیاتی نیستند

ابن سینا در متافیزیک درباره اینکه اشیاء ریاضیاتی چه هستند و چه نیستند به بحث می‌نشیند. در دو مسئله تقسیم‌های دانش‌ها و کمیت از نخستین سخن می‌گوید (ابن سینا، ۱۹۶۰: ۱۰-۲۴ و ۱۰۴-۱۱۸) و در مقاله هفتم الهیات و در بحث از مثل از دومین (ابن سینا، ۱۹۶۰: ۳۱۰-۳۲۴). برخلاف ابن سینا که درباره اینکه اشیاء ریاضیاتی چه نیستند سخن می‌گوید و با رد افلاطون‌گرایی اشیاء ریاضیاتی را مثل قائم به خود نمی‌داند، نصیرالدین طوسی به هیچ روی سخنی در این باره نمی‌گوید. درست است که او مثل افلاطونی را انکار می‌کند، اما هیچگاه مانند ابن سینا ادله آن را رد نمی‌کند و ادله‌ای را علیه آن ارائه نمی‌دهد.

۱-۲. آنچه اشیاء ریاضیاتی هستند

نصیرالدین طوسی در ابتدای دو کتاب اخلاق ناصری و تحریرالمجسطی و به‌هنگام بحث تقسیم‌های دانش‌ها از اینکه اشیاء ریاضیاتی چه هستند سخن می‌گوید. در اخلاق ناصری نخست حکمت را به نظری و عملی تقسیم می‌کند. حکمت نظری دانستن امور غیرموقوف بر حرکات ارادی فرد است آنگونه که هست. حکمت نظری نخست تقسیم می‌شود به علم به موجودی که مخالطت با ماده شرط وجود آن نیست و علم به موجودی که مخالطت با ماده شرط وجود آن است. نخستین همان الهیات است، اما دومین خود دو قسم می‌شود: یا علم بدان مشروط به مخالطت ماده نیست یا علم بدان نیز مشروط به مخالطت ماده است. نخستین همان ریاضیات است و دومین طبیعیات. (طوسی، ۱۳۵۶: ۳۷-۳۸) به این ترتیب، از نگاه خواجه اشیاء ریاضیاتی در خارج و در جهان طبیعت موجودند، اما در ذهن دیگر نیازی به همراهی ماده ندارند و به صورت مجرد موجودند.

در تحریرالمجسطی نیز فلسفه نظری را سه قسم می‌کند. او تعلیمات [=ریاضیات] را دانشی می‌داند که در آن از شکل و عدد و بزرگی و مکان و زمان و آنچه بدین ماند، از جمله حال صورت و حرکات نقله، بحث می‌شود. او می‌گوید که موضوع ریاضیات در میانه الهیات و طبیعیات قرار دارد به دو دلیل:

نخست اینکه موضوع آن با عقل و حس هر دو درک می‌شود درحالی که امور طبیعی با حس درک می‌شوند بی‌آنکه به عقل نیاز باشد و امور الهی با عقل درک می‌شوند بی‌آنکه به حس احتیاج افتد. هرچند اشیاء ریاضیاتی با عقل هم درک می‌شوند، اما نکته اینجاست که در دریافت ابتدایی ما از آنها مشارکت حس و عقل هر دو لازم است. افزون بر این، هنگامی که با عقل تنها درک می‌شوند، دیگر موضوع ریاضیات نیستند زیرا چنانکه در ادامه خواهد آمد کم تنها در صورتی موضوع ریاضیات است که معروض اضافه و نقصان باشد. (طوسی، ۷۷۷)

دوم اینکه امور فسادپذیر و امور فسادناپذیر در آن مشترک‌اند درحالی‌که طبیعیات تنها به امور فسادپذیر مربوط است و الهیات تنها به برخی از امور فسادناپذیر. توضیح اینکه در طبیعیات از جسم از آن جهت که حرکت و سکون می‌پذیرد و متغیر است و به تعبیر دیگر کون و فساد دارد سخن می‌رود. بحث در طبیعیات تنها عالم تحت فلک قمر را دربرمی‌گیرد. اما موضوع ریاضیات علاوه بر اینها، یعنی عالم تحت فلک قمر، افلاک را هم شامل می‌شود که کون و فساد نمی‌پذیرند. فراتر از این، شاید حتی مفارقات را نیز دربرگیرد! اما این نکته از عبارات تحریرالمجسطی برنمی‌آید. (طوسی، ۷۷۷)

نکته جالب دیگری که در تحریر مجسطی بدان اشارت رفته است یقینی بودن ریاضیات است. به عبارت دیگر، نوع یقین در ریاضیات برتر از آن در الهیات و طبیعیات است. توضیح اینکه معرفت الهی و معرفت طبیعی از جهتی شبیه یقین‌اند و از جهتی نه. اما اینکه الهی یقین نمی‌آفریند به جهت استعلاى آن از حس و فراتر بودن آن از احاطه‌پذیری می‌باشد. و اینکه طبیعی یقین نمی‌زاید به جهت عدم ثبات عنصر و خفای حالش (؟) است. (طوسی، ۷۷۷)

در تحریر اصول لأوقلیدس دو مطلب را می‌بینیم که به بحث ما مربوط می‌شود. نخست اینکه او ریاضیات را میانه حکمت نظری می‌داند. دوم اینکه او موضوع ریاضیات را کم متصل و منفصل می‌داند از آن جهت که جزئیات آنها معروض نسبت و اضافه به یکدیگر می‌باشند. او می‌گوید: «و موضوع هذا العلم الكم المتصل والمنفصل من حيث يعرض لجزئياتهما بعضهما إلى بعض نسب وإضافة». (طوسی، ۹۹۶)

مطلب دوم چند نکته مهم را در خود گنجانده است. یکی اینکه کم متصل و منفصل هر طور که باشند موضوع ریاضیات نیستند، بلکه تنها از جهت و حیثیتی موضوع ریاضیات‌اند و آن اینکه جزئیات‌شان نسبت‌هایی با هم بیابند. دیگر اینکه موضوع ریاضیات در خارج و جهان طبیعت موجود است زیرا تنها در این صورت است که جزئیاتش معروض نسبت و اضافه با یکدیگرند و اضافه و نقصان در آنها راه می‌یابد. سده دیگر^۱ اینکه موضوع هندسه برخلاف آنچه پیشینیان می‌گفتند تنها کم متصل نیست بلکه کم منفصل نیز می‌باشد. این می‌تواند ذهنیت یک هندسه‌دان تحلیلی را به نمایش گذارد. آنچه این مدعا را تأیید می‌کند وجود فردی چون خیام پیش از طوسی در سنت اسلامی است که برای نخستین بار معادلات جبری را در هندسه به کار می‌برد. (Rashed & Vahabzadeh, 2000) اما ممکن است اشکال شود که ذکر کم منفصل در کنار کم متصل به عنوان موضوع این علم از آن روست که کتاب اصول درواقع اصول هندسه و حساب را شامل می‌شود چنانکه در آن نظریه مقدماتی اعداد هم آمده است. با وجود این، با توجه به اینکه او از یک و فقط یک دانش به بحث نشسته است، این دو به هم می‌آمیزند و مرز میان‌شان در هم می‌شکند. با این همه، متن طوسی همچنان ابهام دارد در اینکه آیا او کم منفصل را به‌طور مستقیم موضوع هندسه می‌داند یا به‌طور غیرمستقیم. می‌دانیم که

^۱ فردوسی از این ترکیب برای ذکر وجه سوم بهره برده است آنجا که می‌گوید: سده‌یگر که گویی که از چهر تو/ببارد همی بر زمین مهر تو.

هر عدد را می‌توان به شکل یک خط هم نمایش داد و اعمال حسابی را به اعمال هندسی فروکاست؛ به این معنا عدد هم موضوع هندسه است اما به شکل غیرمستقیم.

کسانی که، از سویی، معقولات ثانی در دیدگاه خواجه را اعتباری محض و اموری صرفاً ذهنی می‌دانند که در خارج ریشه ندارد بلکه لازم ذهنی امور خارجی به‌ذهن آمده‌است (اسماعیلی، ۱۳۸۹: ۳۳۱-۳۰۱) و، از سوی دیگر، مفاهیم ریاضیاتی در نگاه او را از معقولات ثانیه می‌دانند، می‌توانند این تفسیر از خواجه را به چالش بکشند و اشیاء ریاضیاتی در نگاه خواجه را اموری صرفاً ذهنی بدانند. اما هم شواهدی در برابر مقدمه اول در دست است هم یافته‌هایی بر خلاف مقدمه دوم هرچند تکیه ما در مقابله با این چالش بر رد مقدمه اول است.

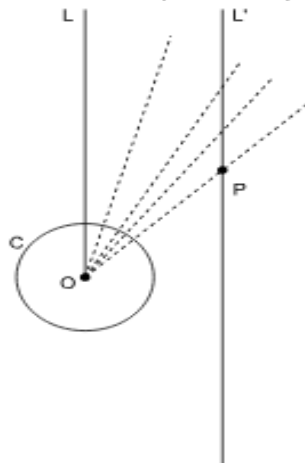
درست است که تقسیم معقولات ثانیه به فلسفی و منطقی در کلام طوسی آنگونه که امروزه می‌دانیم یافت نمی‌شود، اما عباراتی از او به‌روشنی گویای ریشه داشتن این مفاهیم در خارج و توصیف امور خارجی است. برای نمونه، در تلخیص‌المحصل می‌گوید: «لا شک فی وجود الخطّ المستقیم و الخطّ المنحنی و الدائرة و الكرة و الزاوية و إمتیاز بعضها من بعض و لیس ذلك إلّا کیفیات مختصة بالکمّیات» (طوسی، ۱۳۹۷: ۲۸۷) و «فالمقدار موجود و بسببه یقبل الإشارة» (طوسی، ۱۳۹۷: ۲۷۸) و «کون الشیء واجبا فی الخارج هو کونه بحيث إذا عقله عاقل مسندا إلى الوجود الخارجی لزم فی عقله معقول هو الوجوب» (طوسی، ۱۳۹۷: ۲۱۱). دومرتبه در تجریدالاعتقاد می‌گوید: «و کلّ واحد منها [من أنواع العدد] أمر اعتباری یحکم به العقل علی الحقائق». (حلی، ۱۴۳۳: ۱۵۶) افزون بر اینکه بسیاری از اندیشمندان پس از او نیز چنین برداشتی را از او ارائه کرده‌اند. (اسماعیلی، ۱۳۸۹: ۳۸۷-۳۴۳) نیز مفاهیم ریاضیاتی گاهی از معقولات اولی و مفاهیمی دانسته شده‌اند که به حس در می‌آیند. برای نمونه، در شرح‌الإشارات می‌گوید: «فالإحساس إدراک الشیء الموجود فی المادّة الحاضرة عند المدرك علی هیئات مخصوصة به محسوسة من الأیّن و المتی و الوضع و کیف و الكمّ و غیر ذلك. و بعض ذلك لا ینفک ذلك الشیء عن أمثالها فی الوجود الخارجی و لا یشارك فیها غیره». (طوسی، ۱۳۷۷: ۳۲۳-۳۲۴) در این عبارت او به‌تبع ابن‌سینا کمّ را در خارج موجود می‌داند به‌گونه‌ای که ما می‌توانیم آن را به حس دریابیم. همچنین در تجریدالاعتقاد و به‌هنگام برشمارش انواع احساس می‌گوید: «و منه البصر و یتعلّق بالذات بالضوء و اللون». (حلی، ۱۴۳۳: ۲۹۲) قید بالذات در اینجا مهمّ است زیرا نشان از آن دارد که ما با حس بینایی خود بالعرض و با واسطه نور و رنگ امور دیگری را هم می‌بینیم. این امور دیگر دست‌کم مفاهیم ریاضیاتی چون شکل و حجم و مقدار را شامل می‌شود چنانکه علامه حلی به‌درستی یادآور شده‌است. مؤید این تفسیر از عبارت خواجه بیان ابن‌سینا در فصل هشتم از مقاله سوم نفس شفاست آنجا که از محسوسات مشترکه سخن می‌گوید و مقادیر و اعداد و اشکال و نزدیکی و دوری و بزرگی را از آنها می‌شمرد. (ابن‌سینا، ۱۹۷۵: ۱۳۸-۱۴۱) دومرتبه، در أساس‌الإقتباس می‌گوید: «و بمعقولات اولی صوری عقلی می‌خواهیم که مستفاد از اعیان موجودات بود مانند جوهر و عرض و واحد و کثیر و غیر آن». (أساس‌الإقتباس، ۱۳۶۱: ۳۹۹)

۳-۱. بی‌نهایت و پیوستگی

مسئله بی‌نهایت در سنت اسلامی معمولاً در چارچوب مسئله تناهی ابعاد در طبیعیات محل بحث است. انگیزه طرح بحث تناهی ابعاد دو چیز است. یکی طبیعیاتی و آن اثبات محدّدالجهات است و دیگری الهیاتی و آن اثبات امتناع انفکاک صورت از هیولی است. در دومی اتم‌گرایی و قول به جزء لایتجزی همچون دیدگاه رقیب ردّ می‌شود. به این ترتیب، جسم ترکیبی پیوسته و بدون اجزاء از ماده و صورت خواهد بود. چنانکه می‌بینیم پیوستگی ریاضیاتی در اینجا مجال ظهور می‌یابد و با نظریه ماده و صورت متلازم می‌گردند.

ظاهراً خواه تناهی ابعاد را نمی‌پذیرد. دست‌کم، ادله آن را ناتمام می‌یابد. می‌دانیم که در سنت اسلامی براهین زیادی بر تناهی ابعاد ارائه شده‌است که از میان آنها هشت برهان زیر از شهرت بیشتری برخوردارند: برهان سلمی، برهان تطبیق، برهان مسامته، برهان لام الفی شیخ بهائی، برهان ترسی، برهان تخلیص، برهان صاحب تلویحات، و برهان سید سمرقندی. ابن‌سینا سه برهان سلمی، مسامته و تطبیق را به میان آورده‌است و فخر رازی تنها به همین سه برهان پرداخته‌است. نصیرالدین طوسی در همین محدوده از تناهی ابعاد به بحث می‌نشیند. او در تلخیص‌المحصل برهان مسامته را ردّ می‌کند.

طبق برهان مسامته اگر بعد نامتناهی داشته باشیم، حرکت مستدیر محال خواهد بود. اما ما حرکت مستدیر داریم. پس بعد نامتناهی محال است. بیان ملازمه مقدم و تالی در شرطی مذکور به صورت زیر است. بیایید فرض کنیم که دایره C را داریم و قطر L را برای آن رسم می‌کنیم و آن را امتداد می‌دهیم. حال اگر خط L' موازی با این قطر در بیرون دایره داشته باشیم و خط L را به سمت آن مایل کنیم، باید در یک نخستین نقطه با خط L' تلاقی (مسامته) داشته باشد. اما هر نقطه‌ای را که فرض کنیم، بالاتر از آن نقطه‌ای است که می‌تواند نخستین نقطه مسامته فرض شود. (شکل زیر را بنگرید)^۲



^۲. این شکل از مقاله «فلسفه ریاضیات عربی و اسلامی» زارع‌پور در دایرةالمعارف فلسفه استنفورد گرفته شده‌است.

طوسی در مقام نقد این برهان می‌گوید که محالی که در برهان مسامته ذکر می‌کنند، یعنی اولین نقطه مسامته، به تنهایی و عدم تنهایی خط مربوط نمی‌شود و از آن لازم نمی‌آید. او می‌گوید که مسامته [=تلاقی] خطی که قطر دایره است با خط موازی‌اش در بیرون دایره در زمان واقع می‌شود برخلاف مسامته خط با یک نقطه که در آن [=لحظه] واقع است. در این صورت، مبدأ مسامته لحظه توازی است و در هر لحظه بعد از آن خطی که قطر دایره است مسامت خط دیگر است البته پس از اینکه چیزی از مسامته گذشت—چیزی که تا بی‌نهایت منقسم می‌شود. توضیح اینکه آغاز اموری که در زمان واقع‌اند لحظه‌ایست که مبدأ آن زمان است همچون حرکت. به این ترتیب، مبدأ حرکت لحظه‌ایست که متحرک هنوز شروع به حرکت نکرده‌است. هر لحظه‌ای بعد از آن لحظه جزئی از حرکت گذشته‌است تا حرکت بدانجا رسد. و این جزء تا بی‌نهایت منقسم می‌شود. (طوسی، ۱۳۹۷: ۴۱۵-۴۱۶؛ طوسی، ۱۳۷۷: ۷۳) عبارت طوسی چنین است:

و فيه نظر لأن الأمور الواقعة في الزمان إنما يكون أوائلها أن هو مبدء ذلك الزمان كالحركة فإذن مبدؤها هو الآن الذي لم يشرع المتحرك في الحركة بعد و كل أن بعد ذلك الآن فإن الحركة قد عبر عنها جزء حتى وصلت إليه و ذلك الجزء يقبل القسمة إلى ما لا نهاية له كذلك مسامته الخط للخط بعد الموازاة فإنها تقع في زمان بخلاف مسامته الخط للنقطة الواقعة في آن فمبدؤ المسامته يكون أن الموازاة و كل أن بعد ذلك الآن يكون الخط فيه مسامتا بعد أن عبر من المسامته شيء ينقسم إلى ما لا نهاية و بان من ذلك أن المحال الذي ذكره غير لازم و لا متعلق بتناهي الخط و لاتناهي

چنانکه در ادامه خواهد آمد، او در برهان تطبیق نیز اشکالی را شناسایی می‌کند. اما برهان سلمی چگونه؟ نویسنده این مقاله تا کنون چیزی از طوسی در ردّ برهان سلمی نیافته‌است. اما حسن‌زاده‌آملی بیانی قابل تأمل در این باره دارد. به گفته او، از اینکه خواجه در شرح بیان ابن‌سینا در اینجا سخن فخر رازی را می‌آورد و در آخر می‌گوید که «فهذا ما يمكن أن يقال في هذا الموضع و إنما إقتفينا كلام الفاضل الشارح لأنه بذل المجهود فيه» عدم رضایت او از این برهان استشمام می‌شود. توضیح اینکه وقتی فردی چیزی را نمی‌پسندد اما ناچار باید از آن سخن بگوید، «دیگری بگوید.» (حسن‌زاده‌آملی، ۱۴۰۰: ۴۹۵)

همسو با این ایستار، نصیرالدین طوسی، دست‌کم در برخی آثارش، منکر هیولی است هرچند همچنان اتم‌گروی را نیز ردّ می‌کند. به این ترتیب، او همچون ابوالبرکات بغدادی و سهروردی جسم را جوهر پیوسته بسیطی می‌داند که در سه سوی کشیده شده‌است. هرچند جسم قابل انقسام به بی‌نهایت است، اما بالفعل یک واحد کشیده‌است نه ذراتی در کنار هم و نه جوهری مرکب از هیولی و صورت. (حلی، ۱۴۳۳: ۲۲۲-۲۳۰؛ طوسی، ۱۳۹۷: ۳۵۸-۳۶۹؛ طوسی، ۱۳۷۷: ۲: ۵۸-۲)

اما آنچه در کلام او در این باره جالب است سخن از بی‌نهایت و ذکر ویژگی‌های آن است. او در کتاب مصارع المصارع که به بررسی اشکالات شهرستانی به ابن سینا می‌پردازد و در پاسخ به شهرستانی ناگزیر از بی‌نهایت و ویژگی‌های آن سخن می‌گوید. شهرستانی در کشتی‌گیری پنجم خود با ابن سینا به مسئله حدوث عالم می‌پردازد. او نخست دو مقدمه درباره تناهی و لاتناهی، از طرفی، و تقدّم و تأخّر و معیت، از طرف دیگر، را ذکر می‌کند. سپس به سودای خود می‌رسد.

شهرستانی نخست تناهی را به حسی و عقلی تقسیم می‌کند، آنگاه برای تناهی حسی دو قسم زمانی و مکانی را برمی‌شمرد و آن را در اجسام جاری می‌داند. نصیرالدین طوسی تناهی زمانی را قابل درک با احساس نمی‌داند. او تناهی حسی را در اجسام منحصر نمی‌کند، بلکه آن را برای خلاء یا به خلاء نیز ساری می‌داند. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۶۵-۱۶۶)

شهرستانی ضابطه‌ای را برای نامتناهی محال و نامتناهی ممکن ذکر می‌کند به این صورت: هر آنچه دارای وضع حسی است همچون جسم یا دارای وضع عقلی است همچون علت و معلول نمی‌تواند نامتناهی باشد و هر آنچه دارای وضع حسی نیست همچون حرکات دوری یا دارای وضع عقلی نیست همچون نفوس انسانی می‌تواند نامتناهی باشد.

نصیرالدین طوسی این ضابطه را با مثال نقض ردّ می‌کند و خود ضابطه‌ای دیگر را پیش می‌کشد به صورت زیر: آنچه وصف بی‌نهایت دارد باید دارای امتداد باشد خواه به صورت متصل آنگونه که در ابعاد است خواه به صورت منفصل آنگونه که در اعداد است. حال این بی‌نهایت یا در جهت آن امتداد دارای ترتیب است یا نه. هر یک از این دو قسم یا جمیعش به یکباره موجود است یا نه. به این ترتیب، چهار قسم داریم.

نخست، آنچه دارای ترتیب است و تماش به یکباره موجود است. وجود این قسم محال است خواه در متصلات همچون بُعد خواه در منفصلات همچون علل و معلولات.

دوم، آنچه دارای ترتیب است اما تماش به یکباره موجود نیست. وجود این قسم ممکن است خواه در متصلات همچون دهری که در جانب گذشته تا ازل کشیده است و در جانب آینده تا ابد خواه در منفصلات همچون صور و اعراض متعاقب بر ماده واحد از دو سوی.

سوم، آنچه دارای ترتیب نیست اما تماش به یکباره موجود است. وجود این قسم در منفصلات ممکن است مانند نفوس انسانی موجود در زمان واحد اما در متصلات محال است زیرا معقول نیست. چهارم، آنچه نه دارای ترتیب است نه تماش به یکباره موجود است. وجود این قسم در منفصلات ممکن است مانند افراد انسانی موجود از گذشته تا کنون اما در متصلات ممکن نیست زیرا معقول نیست.

خواجه در آخر متذکر می‌شود که ما متناهی و نامتناهی در شدّت و قوّت هم داریم که بالعرض در این اقسام وارد می‌شود. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۶۶-۱۶۸)

پس از ذکر مقدمه دوم، شهرستانی وارد بحث حدوث عالم می‌شود و با ابن سینا کشتی می‌گیرد. طوسی نیز قدم به قدم افکندن گاه‌های او را نشان می‌دهد. شهرستانی در جایی از این گفتگو از زبان ابن سینا می‌گوید که چون جسم دارای وضع طبیعی است فرض لاتناهی در آن ممکن نیست اما زمان چون وضع طبیعی ندارد و دارای ترتیب عقلی نیست فرض لاتناهی در آن ممکن است. آنگاه در پاسخ بدو می‌گوید که این تفاوت نقشی ندارد زیرا همان برهانی که بر استحاله وجود بعد نامتناهی دلالت دارد استحاله وجود زمان نامتناهی و وجود نفوس نامتناهی را نیز نشان می‌دهد و حد وسط در آنها امور اولی زیر است: اقل اعداد موجود مثل اکثر نیست، اقل و اکثر تنها در عدد متناهی می‌باشند و آنچه نامتناهی است اقل و اکثر در آن متصور نمی‌شود، و در نامتناهی جزء معلومی چون نصف و ثلث و ربع محقق نمی‌شود. سپس شکل‌های مختلفی از استدلال بر مدعا را پیش می‌کشد.

نصیرالدین طوسی در چهار مقام لغزش‌های شهرستانی را نشان می‌دهد:

نخست اینکه او دیدگاه ابن سینا را درست بیان نکرده است زیرا ابن سینا نیازی به طبیعی بودن وضع جسم ندارد و برای زمان هم ترتیب عقلی قائل است، و تفاوت این دو، یعنی جسم و زمان، را تنها در وجود امتداد و عدم آن می‌داند بدین صورت که در اولی امتداد واقعا موجود است و در دومی امتداد واقعا در خارج موجود نیست؛

دوم اینکه ادعای او مبنی بر اینکه برهان استحاله جسم نامتناهی استحاله زمان و نفوس نامتناهی را هم نشان می‌دهد باطل است؛

سوم اینکه امور اولی‌ای را که او حد وسط برهان انگاشته اولی نیستند؛

و چهارم اینکه شکل‌های مختلف استدلال او بر مدعا مردودند. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۸۲-۱۹۱)

آنچه برای ما در بحث خود اهمیت دارد مقام سوم است. نخستین گزاره اولی که شهرستانی ذکر کرد این بود که اقل اعداد موجود مثل اکثر نیست. طوسی این گزاره را می‌پذیرد، اما دو نکته را یادآور می‌شود. یکی اینکه چون اعداد زمان موجود نیستند، نمی‌توان این گزاره را در آن جاری دانست. دیگر اینکه اگر چیزی، همچون زمان، دارای دو جهت متناهی و نامتناهی باشد، اقل و اکثر در جهت نخست متصور می‌شوند نه در جهت دوم، اما این اقتضای تنهایی جهت دوم را ندارد. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۸۳)

اگر در این نکته نیک بنگریم درمی‌یابیم که درواقع برهان تطبیق را نیز از کار می‌اندازد. طبق برهان تطبیق اگر بعد نامتناهی داشته باشیم، تساوی کل با جزء خود لازم می‌آید. اما تساوی کل با جزء خود محال است. پس بعد نامتناهی محال است. بیان ملازمه مقدم و تالی در شرطی مذکور به صورت زیر است. بیایید فرض کنیم که خط AC را داریم به گونه‌ای که از طرف C تا بی‌نهایت امتداد می‌یابد. اکنون پاره خط AB را از آن جدا می‌کنیم. حال فرض کنید B^*C^* رونگاشت و هم اندازه BC است. B^*C^* را با AC تطبیق می‌دهیم به گونه‌ای که B^* روی نقطه A افتد. از آنجا که دو خط AC

و B^*C^* از طرف C و C^* تا بی‌نهایت امتداد دارند، این دو خط با هم برابرند زیرا بر هم منطبق‌اند و هیچ بخشی از یکی نیست که با دیگری پوشش داده نشود. (شکل زیر را بنگرید)^۳



اما اینکه چگونه برهان تطبیق از کار می‌افتد بدین صورت است که خط دومی که بر خط اول منطبق می‌شود از یک جهت کوچکتر از خط اول است و بنابراین تساوی جزء و کل لازم نمی‌آید. دومین گزاره اولی که شهرستانی ذکر کرد این بود که اقل و اکثر تنها در عدد نامتناهی می‌باشند و آنچه نامتناهی است اقل و اکثر در آن متصور نمی‌شود. طوسی این گزاره را غیرمحصل می‌داند زیرا دوچندان کردن واحد به دفعات نامتناهی اقل از دوچندان کردن اثنین به دفعات نامتناهی است و این اکثر از آن است هرچند هر دو نامتناهی‌اند. او می‌افزاید که اگر جهت امتدادی که در آن نهایت و لانهایت است مقید گردد، اقل در آن جهت متناهی می‌باشد اما لازم نمی‌آید که اکثر متناهی باشد. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۸۳-۱۸۴)

اینکه خواجه اقل و اکثر را در نامتناهی می‌پذیرد بسیار بدیع است. اما مگر نه این است که او خود به هنگام بررسی گزاره اولی نخست بیان داشت که اقل و اکثر در جهت نامتناهی متصور نمی‌شوند. در پاسخ می‌گوییم که طوسی در گزاره نخست درباره کم متصل سخن می‌گفت زیرا محل بحثش زمان بود و در گزاره دوم درباره کم منفصل گفتگو می‌کند؛ بنابراین تناقضی در گفتار وی نیست. با این حال، شاید کسی بگوید که بیان او در گزاره دوم می‌تواند کم متصل را هم دربرگیرد درست همانگونه که بیان او در گزاره نخست می‌تواند کم منفصل را هم شامل شود چنانکه شواهدی متنی هم پشتیبان ماست.

در پاسخی دوم می‌گوییم که طوسی در گزاره نخست درباره نامتناهی فعلی سخن می‌گفت و در گزاره دوم درباره نامتناهی لایقی. نامتناهی فعلی هنگامی است که چیزی در نفس الامر حدی نداشته باشد و بالفعل متصف به عدم تناهی شود همچون زمان از جهت ماضی و نامتناهی لایقی هنگامی است که آن چیز در حدی متوقف نمی‌شود به‌طوری که از آن فراتر نرود هرچند بالفعل دارای حد است همچون اعداد. (لکهنوی، بی‌تا: ۳-۴)

در پاسخی سوم می‌گوییم که طوسی در گزاره نخست درباره نامتناهی واقعی همچون زمان سخن می‌گوید و در گزاره دوم درباره نامتناهی فرضی.

^۳. این شکل از مقاله «فلسفه ریاضیات عربی و اسلامی» زارع‌پور در دایرةالمعارف فلسفه استنفورد گرفته شده است.

در پاسخی چهارم می‌گوییم که طوسی در گزاره نخست از نامتناهی به اعتبار خودش سخن می‌گوید و در گزاره دوم از نامتناهی به اعتبار حرکت و نگاه ما در جهت نامتناهی.

سومین گزاره اولی که شهرستانی ذکر کرد این بود که در نامتناهی جزء معلومی چون نصف و ثلث و ربع محقق نمی‌شود. طوسی این گزاره را نیز غیرمحصل می‌داند زیرا جزء معلوم دو اطلاق دارد: اطلاق اضافه به کل همچون نصف و اطلاقی غیر آن همچون هر بخش متناهی از غیرمتناهی. هرچند جزء معلوم از غیرمتناهی در اطلاق اول محقق نمی‌شود، آن در اطلاق دوم محقق می‌شود. اما عدم تحقق جزء معلوم از نامتناهی در اطلاق نخست در استدلال‌های شهرستانی به کار نمی‌آید. (طوسی، ۱۳۸۳: ۱۸۴)^۴

طوسی با بهره‌گیری از نکاتی که در مقام سوم بدانها می‌پردازد در مقام چهارم ناکافی بودن استدلال‌های شهرستانی بر مدعا را نشان می‌دهد.

۲. معرفت‌شناسی ریاضیات

۲-۱. به‌چنگ‌آوری مفاهیم ریاضیاتی و وضعیت معرفتی مبادی ریاضیات

در دو مسئله به‌چنگ‌آوری مفاهیم ریاضیاتی و وضعیت معرفتی مبادی ریاضیات طوسی به برخی از بیانات ابن‌سینا بسنده می‌کند. حتی در آن برخی هم آن تفصیلی که در ابن‌سینا بود را در طوسی دیگر نمی‌بینیم. اما جدانگاری‌هایی نیز همچنان قابل رصد است. در مسئله نخست او یک تجربه‌گرا در باب مفاهیم ریاضیاتی، بلکه همه مفاهیم، است. او در اساس الإقتباس بیان می‌دارد که کلید درهای همه علوم کلی و جزئی حس است. او موجودات را محسوس یا معقول می‌داند. در اولی نقش حس مشخص است، اما در دومی نقش حس بدین صورت است که تا محسوس حصول نیابد و تکرار نشود، نفس مستعد ادراک معقول نگردد. در نهایت این عقل ماست که مفاهیم را با کمک اشراق مبادی درمی‌یابد. (طوسی، ۱۳۶۱: ۳۷۵-۳۷۶)

بگذار مسئله دوم را از اینجا بیاغازم که طوسی همچون بیشتر اندیشمندان سنت اسلامی، اگر نگوئیم همه، یک میناگرو است هم در باب تصورات هم در باب تصدیقات.^۵ ما از تصورات بدیهی تصورات غیربدیهی را به دست می‌آوریم. با ترکیب آنها گزاره‌ها به دست می‌آیند. این گزاره‌ها یا بدیهی‌اند یا با قیاس از گزاره‌های دیگر نتیجه می‌شوند. به این ترتیب، صدق و توجیه در گزاره‌های بدیهی صدق

^۴ نکاتی مشابه آنچه در مصارع‌المصارع آمده است را می‌توان در تلخیص‌المحصل مشاهده کرد. رجوع کنید طوسی، ۱۳۹۷: ۲۷۴.

^۵ برخی میناگروی طوسی را متفاوت از میناگروی ارسطو و میناگروی ابن‌سینا می‌دانند. به گفته اینان، طوسی نه همچون ابن‌سینا شش دسته گزاره بدیهی را برمی‌شمرد نه همچون ارسطو اولیات و محسوسات را؛ بلکه گزاره‌های بدیهی برای بنای یک دانش برهانی را منحصر در اولیات می‌داند که صرف تصور موضوع و محمول برای حکم بدانها کافی است. (قراملکی، ۱۳۹۰)

و توجیه در گزاره‌های کسبی را برمی‌دهند.^۶ اما این گزاره‌های بدیهی در علوم برهانی، به‌ویژه ریاضیات، کدامند و فرآیندشناختی تصدیق بدانها چگونه است؟ به گفته زارع‌پور، طوسی پاسخی شبیه ابن‌سینا به این پرسش می‌دهد. ابن‌سینا مبادی ریاضیات را اولیات و فطریات می‌داند. اولیات به حدّ وسط نیاز ندارند بلکه برهان نمی‌پذیرند. آنها گزاره‌هایی ضروری هستند که عقل ما با تصور موضوع و محمول و نسبت میانشان به صرافت خود و فطرتا بدانها تصدیق می‌کند بی‌آنکه از اطلاعات برآمده از تجربه حسی اعانه جوید. فطریات هرچند به حدّ وسط و قیاس نیاز دارند ولیکن به‌سادگی و به‌محض تصور موضوع و محمول حدّ وسط به ذهن می‌آید و عقل ما فطرتا آنها را تصدیق می‌کند بی‌آنکه از اطلاعات برآمده از تجربه حسی یاری طلبد. در عین حال، اینها فطری بدین معنا که از بدو تولّد به ما داده شده‌اند نیستند.

هرچند بیان زارع‌پور درباره ابن‌سینا کاملاً درست است، اما آن درباره طوسی صدق نمی‌کند. طوسی مبادی حقیقی علوم برهانی، به‌ویژه ریاضیات، را اولیات می‌داند. (طوسی، ۱۹۸۸: ۵۲؛ طوسی، ۱۳۶۱: ۳۷۴) او فرآیندشناختی دستیابی و تصدیق بدانها را همچون ابن‌سینا نمی‌داند، بلکه آن را تجربه می‌داند. او در فصل هشتم از مقاله پنجم اساس الإقتباس درباره نقش حسّ در علوم ما سخن می‌گوید. در بندهای قبل آنچه طوسی در آنجا درباره تصورات گفت را بررسی نمودیم. او در ادامه این فصل درباره نقش حسّ در تصدیقات سخن می‌گوید. در وجه دومی که برای نقش حسّ در تصدیقات برمی‌شمرد از مجزّبات بحث می‌کند و در پایان اولیات را هم بدانها پیوند می‌زند و فرآیند دستیابی به آنها را حسّ و تکرار آن می‌داند. با توجه به اینکه متن او گویا است، به‌جای توضیح بیشتر سخن او را نقل می‌کنم:

«و اما اعانت حسّ در ادراک تصدیقات بر چند وجه تواند بود: ا. ... ب. آنک حکمی در جزویات محسوسات بر سبیل استمرار ادراک کند. پس همچنانکه که در استقراء از جزویات به کلیّ توصل کنند، نفس را از آن جزویات بر حکمی کلیّ اولی اطلاع حاصل شود، الا آنک که در استقراء ظنی بود و در این موضع یقینی بی‌هیچ اشتباه و تردّد. و استقراء در این موضع افادت حکم نکند، بل افادت تذکیر و تنبیه کند که معدّات نفس باشد. و نفس بعد از حصول حکم ملاحظت جزویات نکند، بخلاف استقراء. و بیشتر مقدمات هیأت و طبیعی مانند آنک کوکب را طلوعی و غروبی است، و حرکت ثوابت حافظ وضعی است، و آتش خفیف است، و زمین ثقیل، و امثال این از آن قبیل باشد. بل حکم بآنک کلّ از جزو بزرگتر است در مبادی فطرتها و کودکان هم بر این سیاق حاصل شده باشد، الا آنک چون به کمال عقل رسند

^۶. ایشان درواقع مبادی علوم برهانی را سه دسته می‌کنند: اصول متعارفه، اصول موضوعه، و مصادرات. دو قسم اخیر باید در جای دیگر اثبات شوند هرچند در ابتدای علمی خاص صحیح فرض می‌شوند. بنابراین، مبادی حقیقی علوم برهانی تنها اصول متعارفه می‌باشند که همه گزاره‌های آن علم باید در نهایت بر آنها مبتنی گردند. (طوسی، ۱۳۷۷: ۱، ۲۲۳ و ۲۹۹-۳۰۰؛ طوسی، ۱۳۶۱: ۳۹۵-۳۹۶)

استقراء سابق فراموش کنند و بپندارند که آن تصدیق همیشه در عقول ایشان مرکوز بوده‌است. و باین سبب بود که ناقص فطرتان را بر تصدیق اولیات باین جنس استقرائی تنبیه دهند، بل بعضی عاقلان را نیز از اهل نظر. مثلاً از تذکر مماسّت دو جسم از دو طرف وسطی را که مانع هر دو باشد از ملاقات بر وجوب حکم بامکان تجزّی وسط تنبیه دهند.» (طوسی، ۱۳۶۱: ۳۷۷-۳۷۶)

طوسی در تلخیص‌المحصل نیز کوتاه این دیدگاه خود را به میان آورده‌است و به اشاره از آن گذشته‌است. (طوسی، ۱۳۹۷: ۷۹) دیدگاه طوسی بیشتر شبیه به دیدگاه ابن‌الهیثم در این مسئله است. (ابن‌الهیثم، ۱۹۸۵: ۳۱؛ ابن‌الهیثم، ۱۹۸۳: ۲۲۴-۲۲۵) سخن آخر در این مسئله اینکه او همچون ابن‌سینا این گزاره‌ها را فطری، به این معنا که از بدو تولّد به ما داده شده‌اند، نمی‌داند. (حلی، ۱۴۳۳: ۳۳۶-۳۳۷)

۲-۲. صدق ریاضیاتی

اما مسئله بنیادی دیگری برای او به صورت جدّی مطرح است. دانستیم که او اشیاء ریاضیاتی، چون خط و کره و مربع، را در خارج موجود می‌داند. نیز دانستیم که آنها را همچون معقولات اولی در خارج موجود نمی‌داند. بلکه آنها را از معقولات ثانی‌ای می‌داند که بیانگر نحوه وجود و حیثیت بودن‌شان است. در این صورت، صدق گزاره‌های ساخته‌شده از این مفاهیم چگونه خواهد بود؟ هنگامی که صدق را به مطابقت با واقع تحلیل می‌کنیم، به‌جاست پرسیده شود که گزاره‌های دربردارنده معقولات ثانیه چگونه با واقع مطابقت دارند درحالی که این معقولات در خارج چیز دست‌پرکنی نیستند؟ افزون بر این، گزاره‌های ریاضیاتی^۷ کلی هستند و حقیقیه و تمام افراد محقق و مقدّر را دربرمی‌گیرند درحالی که مطابقت میان دو چیز موجود و محقق برقرار می‌شود. همچنین، هرچند یک واقع‌گرو^۸ باشیم در باب اینکه اشیاء ریاضیاتی چه هستند، باز بسیاری از مفاهیم و گزاره‌های ریاضیاتی تنها برساخته‌های ذهن ما هستند که گاه مقدمه پیدایش آنها در خارج‌اند. برای نمونه، گزاره زیر را در نظر بگیرید: «اندازه هر یک از زوایای خارجی یک ۳۰ ضلعی منتظم ۱۲ درجه است». در این صورت، چگونه می‌توانیم از مطابقت آنها با واقع سخن بگوییم در حالی که در خارج تحقق ندارند؟ این مسئله به‌طور جدّی در رساله اثبات‌العقل‌المجرّد^۹ مطرح است هرچند در دیگر آثار طوسی نیز بدان پرداخته شده‌است. نخستین شرح این رساله از شمس‌الدین کیشی است که در آن مسئله طوسی تحلیل مطابقت قضایایی دانسته

^۷ همچنین گزاره‌های فلسفی.

^۸ Literalist

^۹ این اثر از زمان خود طوسی بسیار مورد توجه قرار گرفت و شروح متعددی بر آن نوشته شد. تا کنون هفت شرح بر آن تصحیح و منتشر شده‌است. (عارف‌نیا، ۱۳۹۳) خود رساله نیز سه نوبت به چاپ رسیده‌است. مدرّس رضوی در سال ۱۳۵۴ در ضمن احوال‌و‌آثار‌خواجه‌نصیر آن را منتشر کرد. پس از آن نورانی در سال ۱۳۵۹ آن را در انتهای تلخیص‌المحصل به چاپ رساند. و در نهایت عارف‌نیا در سال ۱۳۹۳ آن را به همراه هفت شرح آن تصحیح و منتشر کرد.

شده است که موضوع یا محمول در آنها معدوم اند چه معقول اولی باشند چه معقول ثانی، مثل «خورشید فردا طلوع خواهد کرد» و «شریک الباری ممتنع الوجود است».^{۱۰} (کیشی، ۱۳۹۳: ۱۲ و ۳۸-۳۹)

طوسی رساله را با دو نمونه ریاضیاتی می‌آغازد یعنی «واحد نصف اثنین است» و «قطر مربع برابر ضلع آن نیست» و می‌گوید که شکی در یقینی بودن و مطابقت آنها با نفس الامر نداریم. اما مطابقت تنها هنگامی برقرار است که دو چیز داشته باشیم که تغایر بالشخص داشته باشند و در آنچه مطابقت دارند متحد باشند. در عین حال، هم احکام صادق دارای ثبوت ذهنی اند هم احکام کاذب مثل «قطر مربع برابر ضلع آن است». بنابراین باید احکام صادق، و نه احکام کاذب، ثبوتی خارج از ذهن ما داشته باشند تا مطابقت میان آن و ذهن ما برقرار شود و این همان نفس الامر است. سپس ادامه می‌دهد که این واقع و نفس الامر نه می‌تواند امور محسوس دارای وضع باشد نه مثل افلاطونی و نه حتی واجب الوجود. اما آن نمی‌تواند امور محسوس دارای وضع باشد زیرا: این احکام به جهت معینی از جهات عالم و به زمان معینی از زمان‌ها تعلق ندارند، ما مطابقت را می‌دانیم که در آن آگاهی از دو سوی رابطه لازم است درحالی که به آن شیء از آن جهت که دارای وضع است ناآگاهیم، ما این احکام را با عقل خود درمی‌یابیم درحالی که مطابقت میان معقولات و امور دارای وضع محسوس از آن جهت که محسوس است محال می‌باشد. طوسی در اینجا دلیلی نمی‌آورد بر اینکه آن نمی‌تواند مثل افلاطونی باشد و فقط مثل افلاطونی را رد می‌کند. احتمالا تکیه او بر همان ادله‌ای باشد که ابن‌سینا در رد افلاطون‌گرایی آورده است. اما آن نمی‌تواند واجب الوجود باشد زیرا کثرت را به هیچ گونه در او راهی نیست. به این ترتیب، واقع و نفس الامر نیست مگر اموری که متمثل در چیزی بدون وضع، یعنی عقل مفارق، هستند. این چیز نمی‌تواند بالقوه باشد زیرا مطابقت بالفعل نمی‌تواند با امر بالقوه باشد. افزون بر این، از آنجا که این احکام ازلا و ابدًا واجب‌اند بی‌آنکه تغییر و استحاله یابند یا به وقت و مکانی مقید گردند، باید آن امور متمثل و این چیز بدون وضع هم همان‌گونه باشند.^{۱۱} (طوسی، ۱۳۹۳: ۳-۸)

^{۱۰}. در عین حال، برخی دیگر مسئله طوسی را تحلیل مطابقت قضایای ذهنیه می‌دانند. اینان خود در چستی قضیه ذهنیه یک‌رأی نیستند. یکی آن را قضیه‌ای می‌داند که تنها در ذهن وجود دارد بی‌آنکه در خارج مطابقتی داشته باشد مثل «تناقض محال است» (ملاصدرا، ۱۳۸۹: ۳ ج: ۵۴۱-۵۴۲)، و دیگری آن را قضیه‌ای می‌داند که در آن محمول بر موضوعی مترتب است که تنها در ذهن وجود دارد مثل «تصور یا بدیهی است یا نظری». (جوادی‌آملی، ۱۳۹۰: ۱ ج: ۲۵۳)

^{۱۱}. در فوائدثمانیه که در پیوست تلخیص‌المحصل چاپ نورانی آمده است عبارت زیر را می‌بینیم که در آن نفس الامر همان مثل افلاطونی دانسته شده است: «ما فی نفس الامر هو الثابت فی العقل و هو المثل الافلاطونیة». (طوسی، ۱۹۸۵: ۵۱۷) این با آنچه تا اینجا از دیدگاه طوسی گفتیم منافات دارد که در آن طوسی مثل افلاطونی را رد می‌کرد. اما توان بود که طوسی در اینجا تفسیری نو از مثل افلاطونی را به میان آورده است که بر اساس آن مثل افلاطونی چیز جز عقل فعال متمثل به صور نیست، چنانکه ظاهر عبارت همین را نشان می‌دهد. بنابراین، درست است که طوسی در اینجا مثل افلاطونی را می‌پذیرد، اما از آن مثل افلاطونی در تفسیر سنتی سخنی به میان نیاورده است و می‌تواند همچنان به انکار آن پایبند باشد. وانگهی، به فرض اینکه این نوشته از اوست و به فرض اینکه تصحیح آن قابل اعتماد است و به فرض اینکه منظور از آن همان مثل افلاطونی به تفسیر سنتی‌اش است، ممکن است آن نوشته مربوط به دوره‌ای خاص از اندیشه او باشد.

در تجرید الاعتقاد طوسی می‌گوید: «و إذا حکم الذهن على الأمور الخارجية بمثلها وجب التطابق في صحيحه و إلا فلا و يكون صحيحه باعتبار مطابقته لما في نفس الأمر لإمكان تصوّر الكواذب». چنانکه می‌بینیم در این اثر نیز طوسی درگیر این مسئله می‌باشد جز اینکه در آن تنها به ذکر اینکه اینگونه گزاره‌ها مطابق با نفس الأمر هستند بسنده می‌کند و توضیح بیشتری درباره حقیقت نفس الأمر نمی‌دهد. در عین حال، علامه حلی بیان می‌دارد که مراد طوسی از نفس الأمر در اینجا، آنگونه که خود در پاسخ سؤالش به او گفته‌است، عقل فعال می‌باشد. (حلی، ۱۴۳۳: ۱۰۳-۱۴)

اما طوسی در تلخیص المحصل رهیافت دیگری را اتخاذ کرده‌است. در اینجا دیگر سخن از نفس الأمر در میان نیست. او در پاسخ به مسئله تعریفی دیگر از صدق ارائه می‌دهد. به جای آنکه صدق را به مطابقت ذهن و خارج تعریف کند آن را به الحاق امر اعتباری به آنچه با خصوصیتش شایستگی آن را دارد تحلیل می‌کند. (طوسی، ۱۳۹۷: ۱۱۸؛ شیرازی، ۱۳۸۳: ۱۹۸) این تعریف مکمل تعریف صدق به مطابقت است نه رقیب آن، زیرا طوسی در گزاره‌های ساخته‌شده از معقولات اولی که در خارج مابۀ‌إزاء دارند مثل انسان و سفیدی همچنان صدق را به مطابقت با واقع تحلیل می‌کند. اما در گزاره‌هایی که از معقولات ثانی (امور اعتباری) تشکیل یافته‌اند نمی‌توان صدق را همان مطابقت دانست زیرا مابۀ‌إزایی در خارج ندارند تا میان آن و ذهن مطابقت برقرار شود. از طرف دیگر، می‌دانیم که این گزاره‌ها هم صادق‌اند و هم درباره امور خارج از ذهن می‌باشند، وگرنه تمام ریاضیات و فلسفه بافته‌هایی پوچ خواهند بود نه جستجوی از حقیقت و شناختن جهان. از این‌رو، خواجه بر آن می‌شود تا تعریفی دیگر از صدق را، به عنوان مکمل تعریف پیشین، پیش نهد تا با هم همه انواع خبر و معرفت را پوشش دهند.

به‌طور کلی، می‌توان از این بیانات خواجه دو تفسیر ارائه داد. نخست اینکه مسئله طوسی تحلیل گزاره‌های ساخته‌شده از معقولات ثانیه بود و او با دو رهیافت در عرض هم در پی حل آن بود: یکی ارائه تعریفی دیگر از صدق و دیگری جستجوی نفس‌الأمر در عقل فعال. دیگر اینکه او با دو مسئله مواجه بود و برای هر کدام راه‌حلی را ارائه داد: یکی تبیین گزاره‌های ساخته‌شده از معقولات ثانیه که از طریق ارائه تعریفی دیگر از صدق صورت می‌گرفت و دیگری تبیین صدق گزاره‌های حقیقیه که از طریق نظریه نفس‌الأمر انجام می‌شد.

^{۱۲}. ارجاع به شرح حکمة‌الإشراق قطب شیرازی سه وجه دارد: الف) قطب شیرازی شاگرد خواجه بوده‌است و مشهور است که شرح حکمة‌الإشراق او درواقع تقریر درس خواجه می‌باشد؛ ب) مطالب و عبارات سهروردی و شرح قطب شیرازی در اینجا بسیار به بیانات خواجه در این قسمت از نقدالمحصل و بخش‌های دیگر آن (طوسی، ۱۹۸۵: ۱۱۶ و ۱۳۲) نزدیک است و می‌تواند مفسر آن باشد. مخصوصاً با توجه به نکته پیشین؛ ج) به طور کلی خواجه در مورد معقولات ثانی قول سهروردی در مقابل قول مشاء را پذیرفته‌است که لازمه آن چنین تفسیری از صدق است. چنان که سهروردی نیز ظاهراً به این لازمه ملتزم است (اسماعیلی، ۱۳۸۹: ۳۳۱-۳۰۱).

نتایج

طوسی درباره اینکه اشیاء ریاضیاتی چه نیستند سخن نمی‌گوید. هرچند او مثل افلاطونی را انکار می‌کند، اما برخلاف ابن‌سینا که افلاطون‌گروی را رد کرده‌است بدان نمی‌پردازد. درباره اینکه اشیاء ریاضیاتی چه هستند او اشیاء ریاضیاتی را عوارضی موجود در خارج و در جهان طبیعت می‌داند که وقتی به ذهن می‌آیند دیگر نیازی به همراهی ماده ندارند و به صورت مجرد موجودند. او در دریافت ابتدایی ما از اشیاء ریاضیاتی مشارکت عقل و حس هر دو را لازم می‌داند و همین است راز برتر بودن یقین در ریاضیات. او موضوع ریاضیات را کم متصل و منفصل هر دو می‌داند از آن جهت که جزئیات‌شان نسبت‌هایی با هم می‌یابند و به این ترتیب ذهنیت یک هندسه‌دان تحلیلی را به نمایش می‌گذارد. طوسی دو برهان مسامته و تطبیق بر تناهی ابعاد را رد می‌کند. همسو با ابن‌ایستار، طوسی، دست‌کم در برخی آثارش، منکر هیولی است هرچند همچنان اتم‌گروی را نیز رد می‌کند. او ویژگی‌هایی را برای بی‌نهایت ذکر می‌کند، از جمله اینکه اقل و اکثر در آن متصور می‌شود.

او یک تجربه‌گراست هم در باب تصورات هم در باب تصدیقات. به این ترتیب، او بر این است که ما مفاهیم ریاضیاتی را از تجربه می‌گیریم. به عقیده او، مبادی حقیقی علوم برهانی، به‌ویژه ریاضیات، اولیات هستند. او فرآیندشناختی دستیابی و تصدیق به آنها را همچون ابن‌سینا نمی‌داند، بلکه آن را تجربه می‌داند، بیشتر شبیه ابن‌هیثم تا شبیه ابن‌سینا. طوسی مسئله صدق را پیش کشید. پرسش این است که چطور گزاره‌های ساخته‌شده از معقولات ثانیه، که در جهان خارج چیز دست‌پرنی نیستند، مطابق با واقع‌اند. افزون بر این، چطور گزاره‌های ریاضیاتی، که کلی و حقیقه‌اند و تمام افراد محقق و مقدر را دربرمی‌گیرند، صادق‌اند درحالی‌که مطابقت میان دو چیز موجود و محقق برقرار می‌شود. برای حل این مسئله، او هم تعریفی دیگر از صدق ارائه می‌دهد هم نظریه مبتکرانه نفس‌الأمر را پیش می‌کشد. او نفس‌الأمر را در عقل فعال جست. به این ترتیب، این گزاره‌ها صادق‌اند زیرا مطابق با امور متمثل در عقل فعال می‌باشند.

این مقاله یک بار دیگر نشان می‌دهد که مسائل و ایده‌های فلسفی مربوط به ریاضیات و مسائل و ایده‌های ریاضیاتی شانه‌به‌شانه پیش آمده‌اند. نیز تعامل علوم در تاریخ اندیشه بشری را نشان می‌دهد و اینکه چطور این تعامل پیشرفت دانش‌ها را سبب گشت.

رویکرد ما در این پژوهش بیش از اینکه تاریخی باشد تحلیلی بود. دلیل این امر آن است که ما داده‌های کافی برای اتخاذ چنین رویکردی در دست نداشتیم. بنابراین، پژوهش‌های آینده می‌توانند این کار را بر عهده بگیرند و از ریاضیات و فلسفه ریاضیات اندیشمندان دیگر کاوش کنند.

منابع مالی

پژوهش حاضر با حمایت مالی بنیاد پژوهش‌های اسلامی آستان قدس رضوی بوده و مستخرج از طرح جایگزین خدمت سربازی نویسنده می‌باشد.

منابع

- ابن الهیثم. (۱۹۸۳). کتاب المناظر. تحقیق عبدالحمید صبره. الكويت: السلسلة التراثية.
- _____ (۱۹۸۵). حلّ شکوک کتاب أفلیدس فی الأصول. به کوشش فؤاد سزگین. فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربية و الإسلامية.
- ابن سینا. (۱۹۶۰م). الشفاء: الإلهیات. تحقیق الأب قنوتی و سعید زاید. قاهره: المطبعة الأمیریة.
- _____ (۱۹۷۵م). الشفاء: الطبیعیات: النفس. تحقیق الأب قنوتی و سعید زاید. قاهره: المطبعة الأمیریة.
- اسماعیلی، مسعود. (۱۳۸۹). معقول ثانی در فلسفه اسلامی: سیر بحث در تاریخ فلسفه و نقد و تحلیل مسئله. قم: مؤسسه آموزشی و پژوهشی امام خمینی.
- جوادی آملی، عبدالله. (۱۳۹۰ه. ش). عین نضّاح: تحریر تمهید القواعد. ۳ جلد. قم: مرکز نشر اسراء.
- حسن زاده آملی، حسن. (۱۴۰۰). هزار و یک نکته. تهران: رجاء.
- حلی، حسن بن یوسف. (۱۴۳۳ه. ق). کشف المراد فی شرح تجرید الاعتقاد. قم: مؤسسة النشر الإسلامي.
- شیرازی، قطب الدین. (۱۳۸۳ه. ش). شرح حکمة الإشراق سهروردی. تحقیق: عبدالله نورانی و مهدی محقق. تهران: انجمن آثار و مفاخر فرهنگی.
- طوسی، نصیرالدین محمد. (۱۳۵۶). اخلاق ناصری. تصحیح مجتبی مینوی و علیرضا حیدری. تهران: خوارزمی.
- _____ (۱۳۶۱ه. ش). أساس الإقتباس. تصحیح: مدرس رضوی. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
- _____ (۱۳۷۷ه. ش). شرح الإشارات والتنبيهات مع المحاکمات. قم: دفتر نشر کتاب.
- _____ (۱۳۸۳ه. ش). مصارع المصارع. تهران: مؤسسه مطالعات اسلامی دانشگاه تهران-دانشگاه مکیل.
- _____ (۱۳۹۳ه. ش). رسالة إثبات العقل المجرد در ضمن رسالة اثبات العقل المجرد خواجه نصیرالدین طوسی و شروح آن. تحقیق: طیبه عارف نیا و مقدمه: احد فرامرز قراملکی، چاپ اول، تهران: مرکز پژوهشی میراث مکتوب.
- _____ (۱۳۹۷ه. ش). تلخیص المحصل أو نقد المحصل. قم: بیدار.
- _____ (۱۹۸۵م). تلخیص المحصل المعروف بنقد المحصل. بیروت: دار الأضواء.

- _____ (۱۹۸۸م). تجرید المنطق. بیروت: مؤسسة الأعلمی للمطبوعات.
- _____ (۵۷۷۷ه. ق). تحریر المجسطی. نسخه خطی کتابخانه انگلیسی لندن به شماره ۱۷ OR.
- _____ (۵۹۹۶ه. ق). تحریر اصول لأوقلیدس. قسطنطنیه.
- عارف‌نیا، طیبیه. (۱۳۹۳). رساله اثبات العقل المجرد خواجه نصیرالدین طوسی و شروح آن. تهران: میراث مکتوب.
- فرامرزر قراملکی، احد. (۱۳۹۰ه. ش). نظریه توجیه نزد خواجه طوسی در ضمن خواجه‌پژوهی. به قلم گروهی از نویسندگان. تهران: خانه کتاب ایران.
- کیشی، شمس‌الدین. (۱۳۹۳ه. ش). روضة الناظر فی شرح نفس الأمر در ضمن رساله اثبات العقل المجرد خواجه نصیرالدین طوسی و شروح آن. تحقیق: طیبیه عارف‌نیا و مقدمه: احد فرامرزر قراملکی. تهران: مرکز پژوهشی میراث مکتوب.
- لکهنوی، محمد عبدالحی. (بی‌تا). الکلام المتین فی تحریر البراهین. چاپ سنگی. مطبعة المصطفائی.
- مدرّس‌رضوی، محمد تقی. (۱۳۵۴). احوال و آثار خواجه نصیر. تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.
- معصومی‌همدانی، حسین. (۱۴۰۰). تاریخ و فلسفه علم: مقالاتی از رشدی راشد و درباره او. تهران: هرمس.
- ملاصدرا، صدرالدین محمد شیرازی. (۱۳۸۹ه. ش). تفسیر القرآن الکریم. ۸ جلد. تحقیق: محسن بیدارفر. تهران: بنیاد حکمت اسلامی صدرا.

References

- ‘Allāma Ḥillī. (2011). *Uncovering the Intended Meaning in Exposition of the Abstraction of Belief (Kashf al-Murād fī Sharḥ Tajrīd al-‘i’tiqād)*. Edited by Ḥassan Ḥassanzādeh Āmolī. Qom: Islamic Publishing Foundation. (in Arabic)
- Arefnia, Tayebah. (2014). *Treatise on Proving the Immaterial Intellect by Khwājah Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī and Its Commentaries (Risālah Ithbāt al-‘Aql al-Mujarrad Khwājah Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī wa Shurūḥ ān)*. Tehran: Miras-e Maktoob. (in Arabic)
- Avicenna. (1960). *The Healing: The Metaphysics (al-Shifā: al-‘Ilāhīyāt)*. Edited by Georges C. Anawati and Sa‘īd Zāyid. Cairo: al-Maṭba‘a al-‘Amīriya. (in Arabic)
- (1975). *The Healing: The Physics: The Soul (al-Shifā: al-Ṭabī‘iyat: al-Nafs)*. Edited by Georges C. Anawati and Sa‘īd Zāyid. Cairo: al-Maṭba‘a al-‘Amīriya. (in Arabic)

Esmaceli, Masud. (2010). *Philosophical Secondary Intelligible in Islamic Philosophy*. Qom: Imam Khomeini Education and Research Institute. (in Persian)

Faramarz Qaramaleki, Ahad. (2011). Khwajah's Theory of Justification in *Studies on Khwajah: a Collection of Essays (Khwajah Pajhūhī: Majmū'ī Maqālāt)*. Edited by 'Abdullah Şalawātī. Tehran: Home of Iranian Books. (in Persian)

Ḥassanzādeh Āmolī, Ḥassan. (2021). *One Thousand and One Points (Hizār wa Yik Nukti)*. Tehran: Rajā'. (in Persian)

Ibn al-Haytham. (1983). *The Book of Optics (Kitāb al-Manāẓir)*. Edited by Abdelhamid I. Sabra. Kuwait: The National Council for Culture, Arts, and Letters. (in Arabic)

----- (1985). *On the Resolution of Doubts in Euclid's Elements and Interpretation of Its Special Meanings (Kitāb fī Ḥall Shukūk Kitāb Uqlīdis fī al-'Uṣūl WA Sharḥ Ma'ānīh)*. Edited by Fuat Sezgin. Frankfurt am Main: Institute for the History of Arabic-Islamic Science at the Johann Wolfgang Goethe University. (in Arabic)

Jawādī Āmolī, 'Abdullāh. (2011). *Eruptive Fountain: Exposition of the Provision of Rules (Volume 3) ('Ayn Naḍḍākh: Taḥrīr Tamhīd al-Qawā'id (Jild Siwum))*. Qom: Esra. (in Persian)

Kīshī, Shams al-Dīn. (2014). *The Garden of the Observer in Exposition of the Thing Itself (Rawḍa al-Nāẓir fī Sharḥ Nafs al-'Amr)* in *Risālah Ithbāt al-'Aql al-Mujarrad Khwājah Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī and Its Commentaries*. Edited by Tayebbeh Arefnia. Tehran: Miras-e Maktoob. (in Arabic)

Lucknowī, Muḥammad 'Abd al-Ḥay. (no date). *Solid Expression in Exposing the Proofs (al-Kalām al-Matīn fī Taḥrīr al-Barāhīn)*. Lithography Printing. India: Maktaba al-Muṣṭafā'ī. (in Arabic)

Masoumi Hamedani, Hossein. (2021). *History and Philosophy of Science: Articles by Roshdi Rashed and on His Works*. Tehran: Hermes. (in Persian)

Modarres Razavi, Muhammad Taghi. (1975). *Life and Works of ... al-Ṭūsī (Aḥwāl va Āthār-e ... al-Ṭūsī)*. Tehran: Culture Foundation of Iran. (in Persian)

Mullā Ṣadrā. (2010). *Interpretation of the Holy Quran (Volume 3) (Tafsīr al-Qurān al-Karīm (Jild Siwwum))*. Edited by Mohsen Bidarfar. Tehran: Sadra Islamic Philosophy Foundation. (in Arabic)

Nagel, E. & Newman, J. R. (2001). *Gödel's Proof*. Edited and with a New Foreword by Douglas R. Hofstadter. New York and London: New York University Press.

Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī. (1375). *Redaction of the Almagest (Taḥrīr al-Majasṭī)*. British Library (Oriental and India Office Collections). Manuscript Number: OR 17. (in Arabic)

- (1594). *Redaction of Euclid's Elements (Taḥrīr al-'uṣūl li 'uqlīdis)*. Harvard University (Houghton Library) In *Typographia Medicea*. (in Arabic)
- (1978). *Nāsirīan Ethics ('Akhḫlāq-i Nāṣirī)*. Edited by Mojtaba Minovi and Alireza Heydari. Tehran: Khwārazmī. (in Persian)
- (1982). *Fundamentals for Obtaining Knowledge ('Asās al-'Iqtibās)*. Edited by Muhammad Taghi Modarres Razavi. Tehran: University of Tehran. (in Persian)
- (1985). *Abridgement of Results (Talkhīṣ al-Muḥaṣṣal)*. Edited by 'Abdullāh Nūrānī. Beirut: Dār al-'aḏwā'. (in Arabic)
- (1988). *Abstraction of Logic (Tajrīd al-Manṭiq)*. Beirut: al-'A'lamī Publications Foundation. (in Arabic)
- (1992). *Pointers and Reminders with Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Commentary (al-Ishārāt wa al-Tanbīhāt ma'a Sharḥ-i Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī)*. Edited by Sulaymān Dunyā. Beirut: Na'mān Foundation. (in Arabic)
- (2004). *Downfalls of the Wrestler (Maṣāri' al-Muṣāri')*. Edited by Wilfred Madelung. Tehran: The Institute of Islamic Studies of the University of Tehran-McGill University. (in Arabic)
- (2014). *Treatise on Proving the Immaterial Intellect (Risālat 'Ithbāt al'Aql al-Mujarrad)* in *Risālah Ithbāt al-'Aql al-Mujarrad Khwājah Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī and Its Commentaries*. Edited by Tayebbeh Arefnia. Tehran: Miras-e Maktoob. (in Arabic)
- (2019). *Abridgement of Results (Talkhīṣ al-Muḥaṣṣal)*. Edited by Mohsen Bidarfar. Qom: Bidar. (in Arabic)
- Quṭb al-Dīn Shīrāzī. (2005). *Commentary on Illuminating Wisdom (Sharḥ Hikma al-'Ishrāq)*. Edited by Abdullah Nourani and Mahdi Mohaghegh. Tehran: Society for the Appreciation of Cultural Works and Dignitaries. (in Arabic)
- Rashed, Roshdi & Vahabzadeh, Bijan. (2000). *Omar Khayyam the Mathematician*. New York: Bibliotheca Persica Press.
- (1999). »Combinatoire et Métaphysique: Ibn Sina, al-Tusi et al-Halabi « in *Les Doctrines de la Science De L'antiquité à L'age Classique* Édité par Roshdi Rashed et Joël Biard. Louvain: Peeters. PP. 61-86.
- Zarepour, Mohammad Saleh. (2016). Avicenna on the Nature of Mathematical Objects. *Dialogue: Canadian Philosophical Review*, 55 (3): 511-536. <https://doi.org/10.1017/S0012217316000524>
- (2019a). Avicenna's Philosophy of Mathematics. Doctoral Dissertation Submitted to the Faculty of Divinity at the University of Cambridge.

- (2019b). Avicenna against Mathematical Platonism. *Oriens*, 47 (3-4): 197-243. <https://doi.org/10.1163/18778372-04700100>
- (2020a). Avicenna on Mathematical Infinity. *Archiv Für Geschichte Der Philosophie*, 102 (3): 379-425. <https://doi.org/10.1515/agph-2017-0032>
- (2020b). Avicenna's Notion of Fiṭrīyāt: A Comment on Dimitri Gutas' Interpretation. *Philosophy East and West*, 70 (3): 819-833. <https://doi.org/10.1353/pew.2020.0038>
- (2020c). Non-Innate A Priori Knowledge in Avicenna. *Philosophy East and West*, 70 (3): 841-848. <https://doi.org/10.1353/pew.2020.0040>
- (2021). Avicenna on Grasping Mathematical Concepts. *Arabic Sciences and Philosophy*, 31 (1): 95-126. <https://doi.org/10.1017/S0957423920000090>
- (2022). Arabic and Islamic Philosophy of Mathematics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (Summer 2022 Edition) , Edward N. Zalta (ed.). <https://plato.stanford.edu/archives/sum2022/entries/arabic-islamic-phil-math>
- (2024). *Medieval Finitism*. UK: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781009047623>